

1 Zahlenmengen

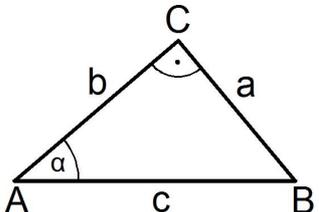
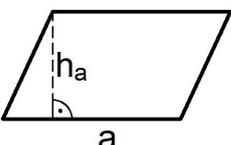
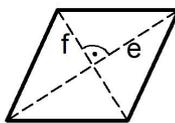
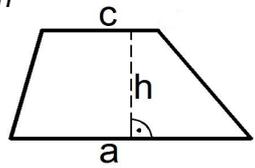
$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$	Menge der natürlichen Zahlen	$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$	Menge der ganzen Zahlen	$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen	$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
$\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} x \geq 0\}$	Menge der nichtnegativen reellen Zahlen	$\mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$

2 Geometrie

Ebene Figuren

A: Flächeninhalt

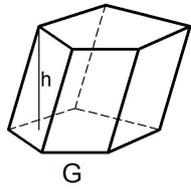
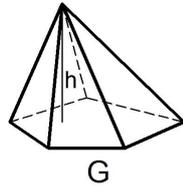
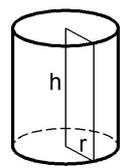
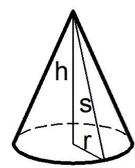
U: Umfang

Dreieck $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$		
Rechtwinkliges Dreieck		
Satz des Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$		
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$		
		
Parallelogramm $A = a \cdot h_a$ 	Raute $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ 	Trapez $A = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h$ 
Kreis $A = \pi \cdot r^2$ $U = 2 \cdot \pi \cdot r$		

Körper

V: Volumen
O: Oberfläche

M: Mantelfläche
G: Grundfläche

Prisma $V = G \cdot h$ 	Pyramide $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ 
Gerader Kreiszylinder $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ 	Gerader Kreiskegel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ $M = \pi \cdot r \cdot s$ 
Kugel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	

3 Terme

Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Potenzen und Wurzeln

mit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$; $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$; $r, s \in \mathbb{R}$

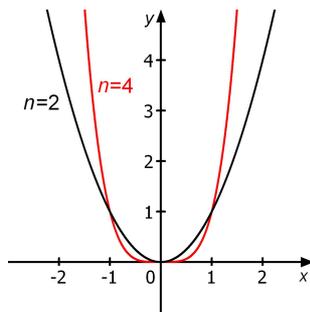
$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} \quad a^r \cdot b^r = (ab)^r \quad \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \quad a^0 = 1$$

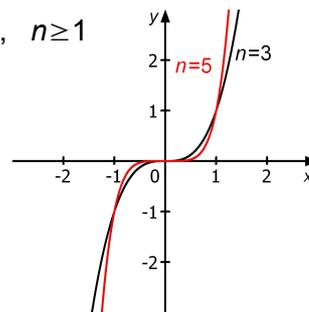
4 Funktionen und zugehörige Gleichungen

Potenzfunktion mit $f(x) = x^n$ mit $n \in \mathbb{N}^*$

n gerade, $n > 1$



n ungerade, $n \geq 1$



Potenzgleichung mit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$

$$x^n = a \quad a \geq 0 \quad \text{falls } n \text{ gerade} \quad x_{1/2} = \pm \sqrt[n]{a}$$

$$\text{falls } n \text{ ungerade} \quad x = \sqrt[n]{a}$$

$$x^n = a \quad a < 0 \quad \text{falls } n \text{ ungerade} \quad x = -\sqrt[n]{-a}$$

Polynomfunktion n -ten Grades

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ mit Koeffizienten $a_i \in \mathbb{R}$; $a_n \neq 0$

Lineare Funktion

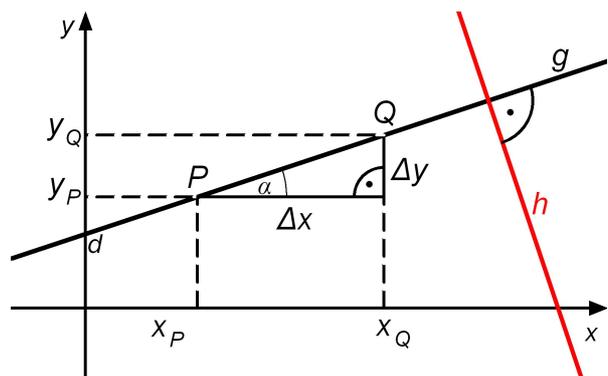
Hauptform $f(x) = mx + d$

Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

Punktsteigungsform $f(x) = m(x - x_P) + y_P$

Steigungswinkel $m = \tan(\alpha)$

Orthogonalität $m_g \cdot m_h = -1 \Rightarrow g \perp h$

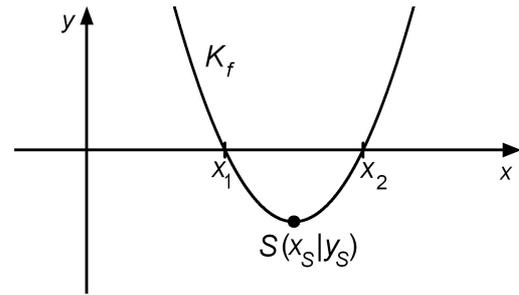


Quadratische Funktion

Hauptform $f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelform $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$

Produktform $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$



Quadratische Gleichung

$ax^2 + bx + c = 0$ falls $b^2 - 4ac \geq 0$ $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

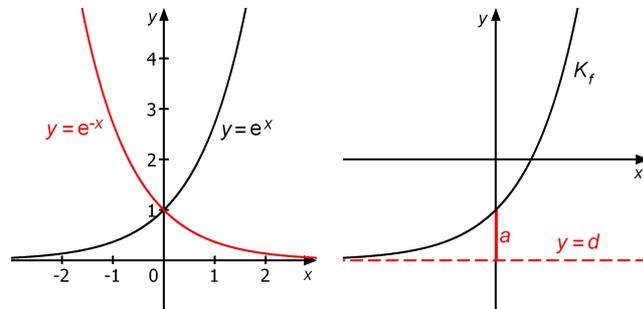
$x^2 + px + q = 0$ falls $(\frac{p}{2})^2 - q \geq 0$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$

Exponentialfunktion

$f(x) = a \cdot q^x + d$ mit $a \neq 0; q > 0 \wedge q \neq 1$

$f(x) = a \cdot e^{bx} + d$ mit $a \neq 0; b \in \mathbb{R}^*$

Asymptote $y = d$



Exponentialgleichung mit $q, y \in \mathbb{R}_+^*$

$y = q^x \Leftrightarrow x = \log_q(y)$

$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln(y)$

$q^x = e^{\ln(q) \cdot x}$

$\log_q(y) = \frac{\ln(y)}{\ln(q)}$

$e^{\ln(y)} = y$

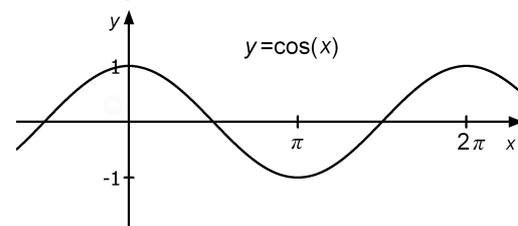
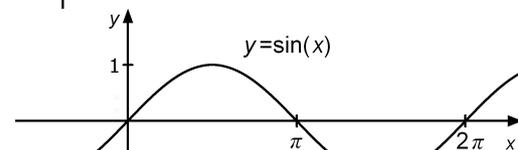
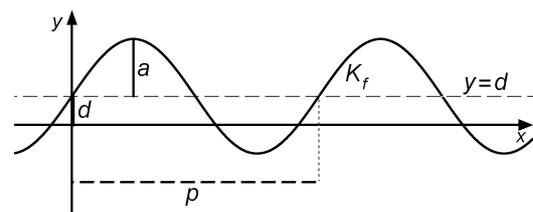
$\ln(e^x) = x$

Trigonometrische Funktion

$f(x) = a \sin(bx) + d$

Amplitude $|a|$

Periode $p = \frac{2\pi}{|b|}$



Bogenmaß x	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos(x)	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Spiegelung / Verschiebung / Streckung von Schaubildern

Das Schaubild von g entsteht aus dem Schaubild von f durch

Spiegelung	an der x -Achse	$g(x) = -f(x)$
	an der y -Achse	$g(x) = f(-x)$
Verschiebung	um c in x -Richtung	$g(x) = f(x-c)$
	um d in y -Richtung	$g(x) = f(x)+d$
Streckung	mit Faktor $\frac{1}{b}$ in x -Richtung	$g(x) = f(b \cdot x)$
	mit Faktor a in y -Richtung	$g(x) = a \cdot f(x)$

5 Analysis

Änderungsrate

Durchschnittliche/Mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_1]$ $\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$

Momentane/Lokale Änderungsrate an der Stelle x_0 $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Ableitungsregeln

Summenregel $f(x) = u(x) + v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$

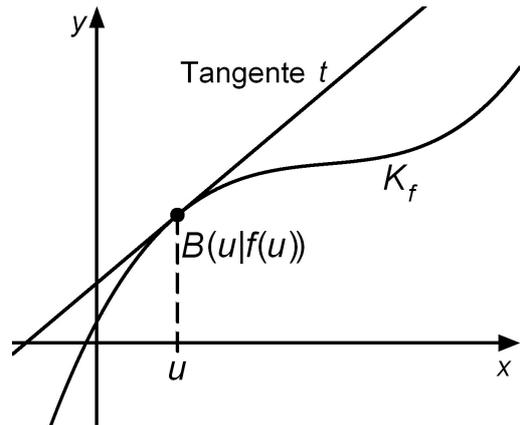
Faktorregel $f(x) = a \cdot u(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot u'(x)$

Spezielle Ableitungen / Stammfunktionen mit $C \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$	$F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$ mit $n \neq -1$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C$
$f(x) = e^{bx}$ mit $b \in \mathbb{R}^*$	$f'(x) = b \cdot e^{bx}$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot e^{bx} + C$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x) + C$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x) + C$
$f(x) = \sin(bx)$ mit $b \in \mathbb{R}^*$	$f'(x) = b \cdot \cos(bx)$	$F(x) = -\frac{1}{b} \cdot \cos(bx) + C$
$f(x) = \cos(bx)$ mit $b \in \mathbb{R}^*$	$f'(x) = -b \cdot \sin(bx)$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot \sin(bx) + C$

Tangente

Tangentensteigung $m_t = f'(u)$
 Tangentengleichung $y = f'(u)(x-u) + f(u)$



Untersuchung von Funktionen und ihren Schaubildern

mit Definitionsbereich D

Symmetrie Achsensymmetrie zur y-Achse $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$ für alle $x \in D$
 Punktsymmetrie zum Ursprung $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in D$

Monotonie $f'(x) \geq 0$ im Intervall $J \Rightarrow f$ steigt monoton in J
 $f'(x) \leq 0$ im Intervall $J \Rightarrow f$ fällt monoton in J

Krümmung $f''(x) > 0$ im Intervall $J \Rightarrow K_f$ ist in J linksgekrümmt
 $f''(x) < 0$ im Intervall $J \Rightarrow K_f$ ist in J rechtsgekrümmt

Hochpunkt $f'(x_0) = 0$ und VZW +/- von f' bei $x_0 \Rightarrow K_f$ hat den Hochpunkt $H(x_0|f(x_0))$
 oder $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$

Tiefpunkt $f'(x_0) = 0$ und VZW -/+ von f' bei $x_0 \Rightarrow K_f$ hat den Tiefpunkt $T(x_0|f(x_0))$
 oder $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) > 0$

Wendepunkt $f''(x_0) = 0$ und VZW von f'' bei $x_0 \Rightarrow K_f$ hat den Wendepunkt $W(x_0|f(x_0))$
 oder $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$

Berechnung bestimmter Integrale

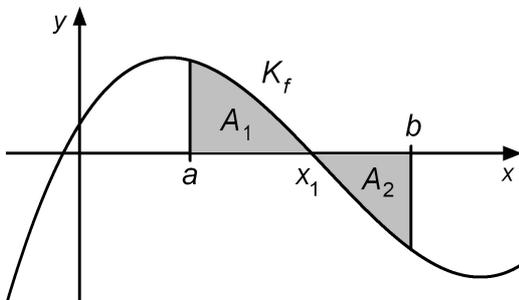
$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

Integral und Flächeninhalt

$$\int_a^{x_1} f(x) dx = A_1$$

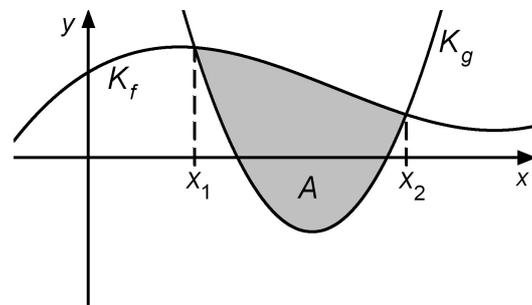
$$\int_{x_1}^b f(x) dx = -A_2$$

$$\int_a^b f(x) dx = A_1 - A_2$$



$$A = \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x)) dx$$

falls $f(x) \geq g(x)$ für $x \in [x_1; x_2]$



Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht vollständig erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.