



BP
2016

Darstellen
Modellieren
Problemlösen
Argumentieren
Kommunizieren

Größen und Messen
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
Zahlen und Operationen
Raum und Form



SINUS PROFIL MATHEMATIK AN GRUNDSCHULEN

SINUS-Box 4: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb

Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen
Klassen 2/3



Inhaltsverzeichnis

- ① Definitionen substanzieller Lernumgebungen und Aufgaben
- ② Rechenraketen: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb. Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen – Klassen 2/3
 - Das Aufgabenformat Rechenrakete
 - Was steckt dahinter?
 - Kurzbeschreibung der Einheit
 - Lösungen zur Problemstellung
 - Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards
- ③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung
- ④ Mögliche Felder der Vorarbeit oder Weiterarbeit



① Definitionen

Substanzielle Lernumgebungen „sind u. a. dadurch gekennzeichnet, dass in ihnen

- zentrale Ziele, Inhalte (fundamentale Ideen) und Prinzipien des Mathematiklernens repräsentiert sind,
- dass sie reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten der Lernenden bieten
- und dabei didaktisch flexibel an die spezifischen Bedingungen einer (heterogenen) Lerngruppe angepasst werden können.“

Krauthausen & Scherer (2010), S. 7



① Definitionen

Eine **substanzielle Aufgabe** ist ...

- ... **eine** Aufgabe für alle Kinder;
- ... **eine** Aufgabe, die inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen fördert;
- ... **eine** Aufgabe, die Entdeckungen unterschiedlicher Komplexität ermöglicht;
- ... **eine** Aufgabe, die in unterschiedlicher sozialer Interaktion gemeinsam bearbeitet wird;
- ... **eine** Aufgabe, deren Bearbeitung sich über eine oder mehrere Unterrichtsstunden erstrecken kann;
- ... **eine** Aufgabe, die über mehrere Schuljahre hinweg modifiziert immer wieder aufgegriffen werden kann.



① Definitionen

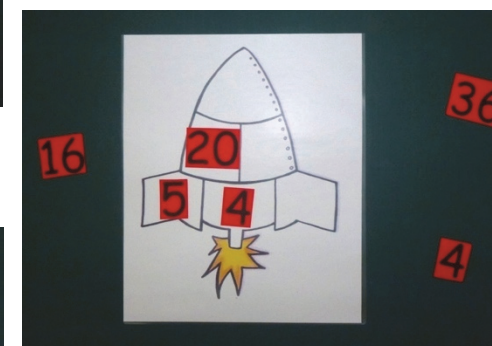
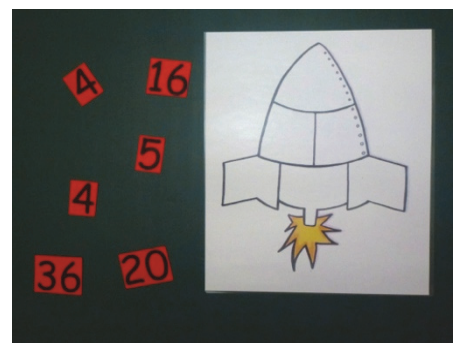
- Eine **substanzielle Aufgabe** bietet jedem Kind die Möglichkeit,
- ... an den eigenen Vorkenntnissen anzuknüpfen;
 - ... im eigenen Tempo zu arbeiten;
 - ... herausgefordert zu werden;
 - ... Entdeckungen durch individuelle Zugänge und Impulse zu machen;
 - ... inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen zu erwerben.



② Das Aufgabenformat Rechenrakete - Was steckt dahinter?

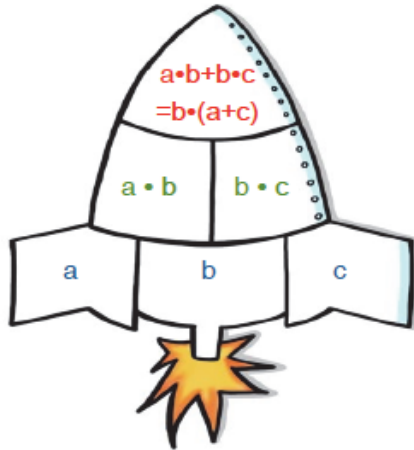
Aufgebaut ist die Rechenrakete aus drei Ebenen. In der untersten Ebene werden jeweils die zwei benachbarten Zahlen multiplikativ miteinander verknüpft.

Diese beiden Produkte werden in der zweiten Ebene darüber notiert. Die Summe dieser beiden Zahlen wird in der obersten Ebene, der Spitze der Rakete, eingetragen.

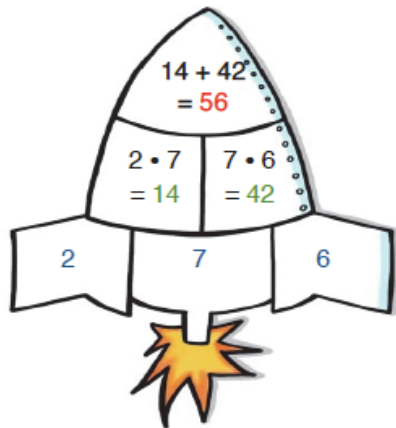




② Was steckt dahinter?



Der Rechenrakete liegt das Distributivgesetz zugrunde.



Die Zahl in der Spitze der Rakete ist ein Vielfaches der mittleren Zahl in der untersten Ebene (im Beispiel: $56 = _ \cdot 7$). Der erste Faktor des Produkts (hier 8) ergibt sich aus der Summe der linken und der rechten Zahl (hier: $2 + 6 = 8$).

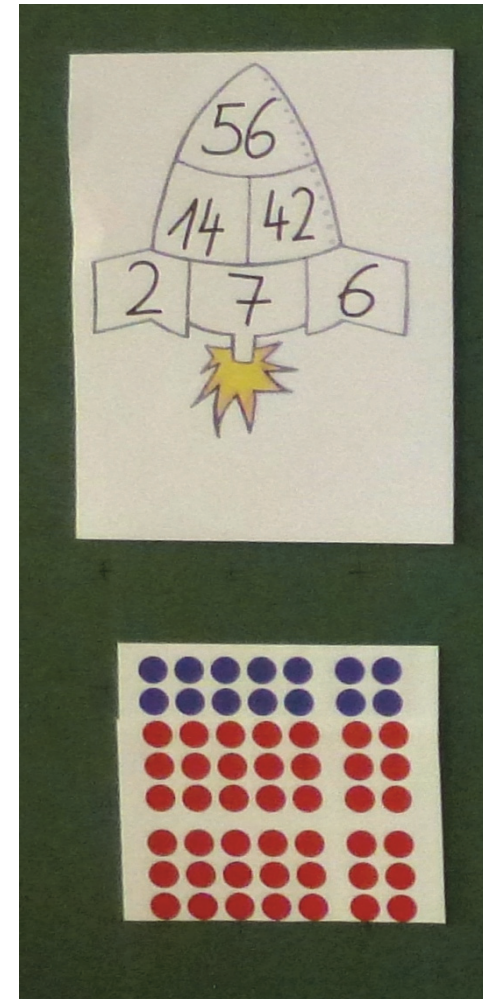


② Was steckt dahinter?

Die Punktdarstellung kann im weiteren Verlauf der Lernumgebung unterstützend genutzt werden.

Sie macht das Distributivgesetz für die Kinder anschaulich, ermöglicht dadurch eine Fülle an Entdeckungen und ist somit hilfreich für das mathematische Verständnis. (siehe Folie Tafelbild)

Die Aufgabe $8 \text{ mal } 7$ wird „zusammengebaut“ aus $2 \text{ mal } 7 = 14$ (im Beispiel die zwei blauen Reihen mit jeweils 7 Punkten) und $6 \text{ mal } 7 = 42$ (die roten Punkte).





② Kurzbeschreibung der Einheit

Zentrales Ziel der Einheit ist es, ein tragfähiges Operationsverständnis zu entfalten.

Nachdem die Kinder mit dem Aufbau der Rechenraketen vertraut geworden sind, geht es im ersten Teil der Lernumgebung darum, vielfältige Aufgaben zu den vier Grundrechenarten zu lösen und dabei die Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen und den Umkehroperationen zu verstehen.

Durch produktives Üben der Kernaufgaben der Multiplikation werden die Kindern dabei unterstützt, diese zunehmend sicherer zu beherrschen.



② Kurzbeschreibung der Einheit

Im zweiten Teil der Lernumgebung geht es darum, Lösungen für die Problemstellung zu finden.

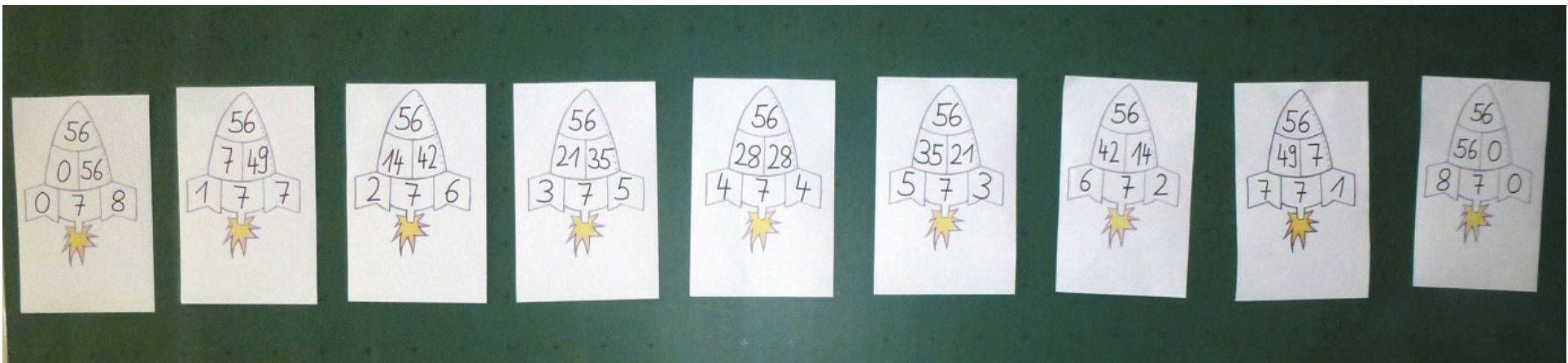
Die Kinder können eigene Problemlösestrategien entwickeln und im Austausch mit andern Kindern deren Vorgehensweisen kennenlernen und darüber ins Gespräch kommen.

Im Sinne der „fortschreitenden Mathematisierung“ entwickeln sie immer effizientere und „elegantere“ Problemlösestrategien auf dem Weg ins „Zahlenall“.



② Was steckt dahinter?

Bei der vorliegenden Problemstellung ergeben sich dabei folgende neun Lösungen:



(Beschränkung auf den Zahlenbereich der Natürlichen Zahlen \mathbb{N})

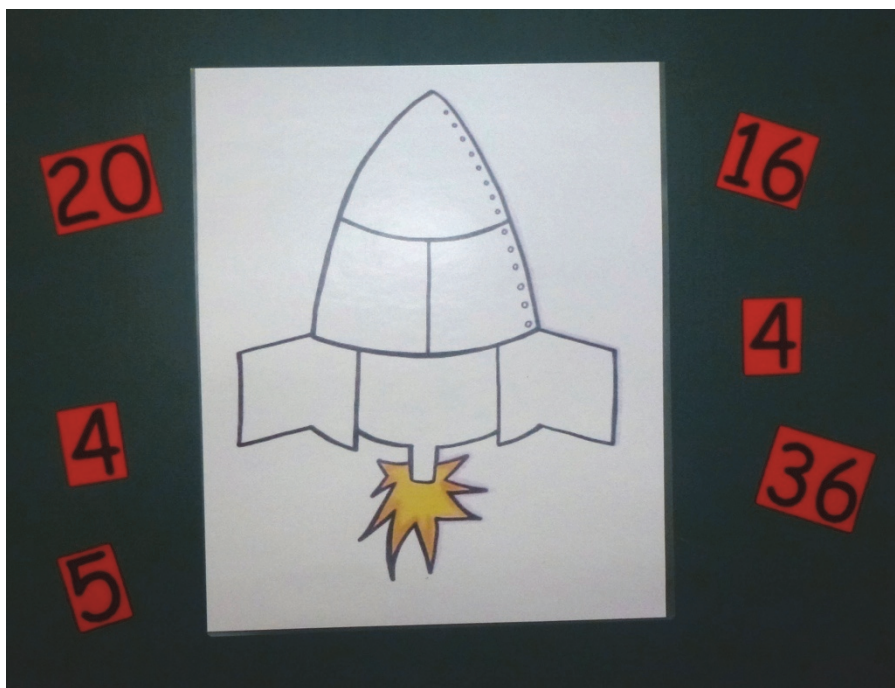


② Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards

		Bildungsplan 2016											KMK-Standards			
Aufgabe	Klasse				Inhaltbezogene Kompetenzen				Prozessbezogene Kompetenzen					Anforderungsbereiche		
	1	2	3	4	Zahlen und Operationen	Raum und Form	Größen und Messen	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Kommunizieren	Argumentieren	Problemlösen	Modellieren	Darstellen	Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Rechenrakete		X	X		X				X	X	X			X	X	X



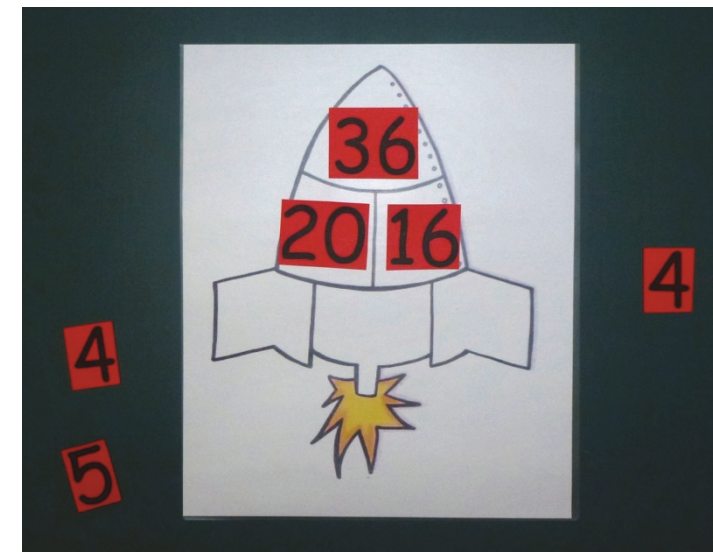
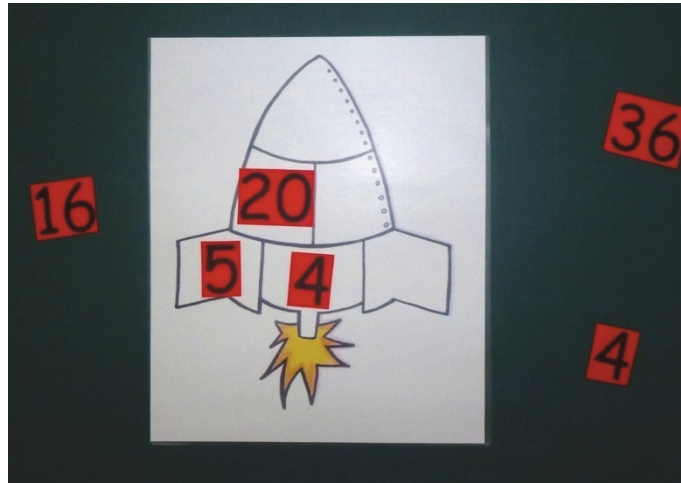
③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung: Einstieg und Zugang



Die Rechenrakete wird mit den Zahlenkärtchen gezeigt. Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen zum Befüllen der Rakete an und hängen die Kärtchen an die passende Stelle. Gemeinsam wird der Aufbau der Rechenrakete besprochen. Weitere Rechenraketen werden an den „Start“ gebracht.



③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung



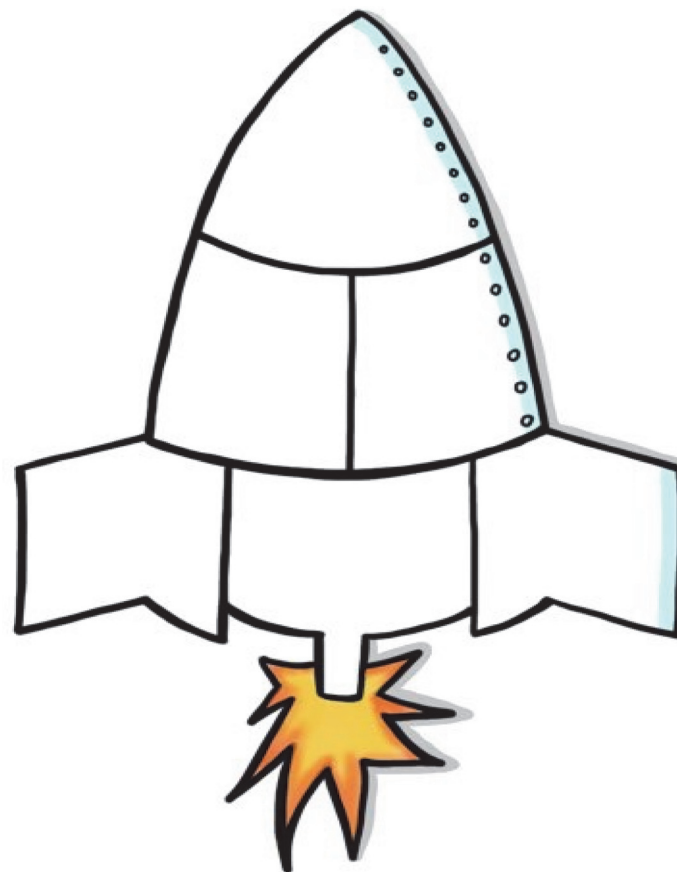
Kommentar:
Hierbei sind verschiedene
Zugänge möglich:
Von unten nach oben über
die Multiplikation, von oben
nach unten über die Addition
bzw. Subtraktion, ...



③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

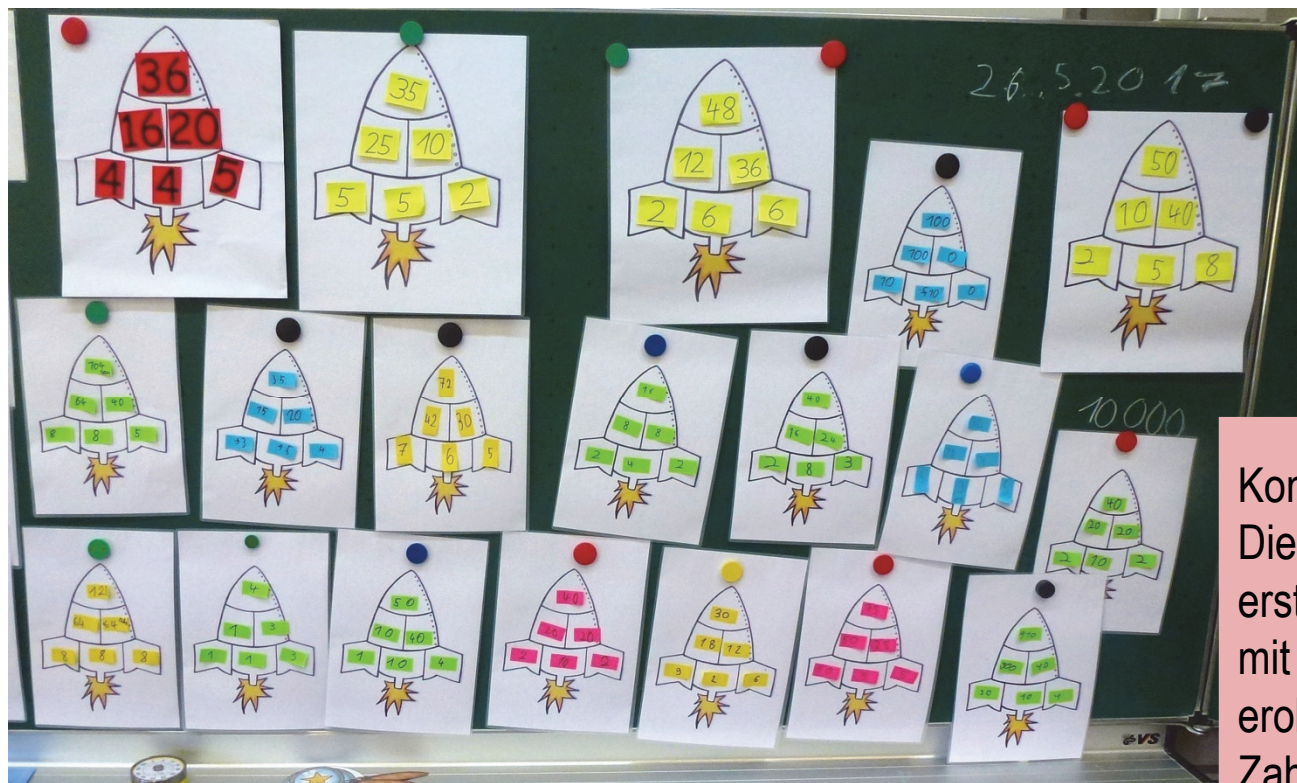
Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen, automatisieren durch die Arbeitsblätter die Kernaufgaben der Multiplikation und vertiefen, festigen und sichern ihre Erkenntnisse.

Mit Haftnotizen können die Kinder auf A3 Rechenraketen eigene Aufgaben erstellen. Diese können im weiteren Verlauf der Einheit vielfältig genutzt werden (siehe Folie bzw. Seite 18)





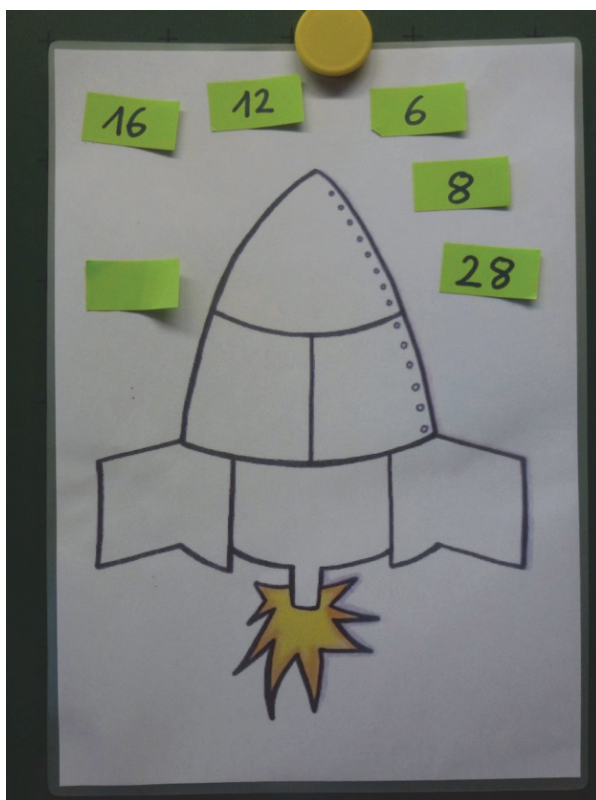
③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



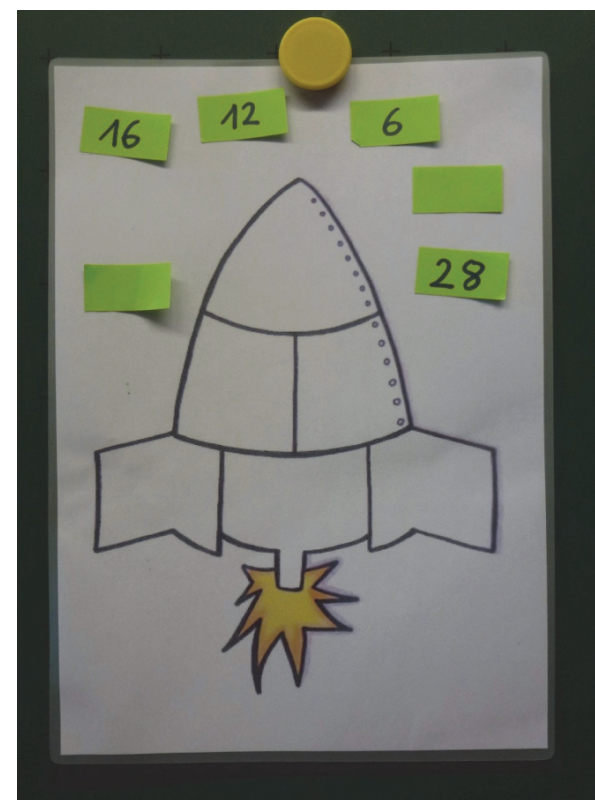
Kommentar:
 Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen mit bekannten Kernaufgaben, erobern sich neue Zahlenräume, sind fasziniert von Rechenraketen mit der 1 als Multiplikand, ...



③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



Kommentar:
Die Schülerinnen und
Schüler ergänzen
Rechenraketen, bei denen
eine Zahl (links) oder zwei
Zahlen (rechts) fehlen.





③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

Rechenrakete Name: _____
Kernaufgaben I

$1 + 5 + 7$	$6 + 2 + 9$	$3 + 10 + 7$
$3 + 3 + 5$	$4 + 4 + 4$	$2 + 7 + 7$
$1 + 8 + 8$	$1 + 9 + 9$	$1 + 0 + 6$
$2 + 5 + 5$	$6 + 6 + 2$	$5 + 7 + 2$

Rechenrakete Name: _____
Kernaufgaben II

45	18	40
$1 + 5 + 5$	$4 + 4 + 4$	$10 + 7$
40		56
$5 + 5$	$4 + 4 + 4$	$7 + 7$
64	90	
$8 + 8$	$9 + 9$	$1 + 0 + 6$
25	48	
$2 + 5 + 5$	$6 + 6 + 6$	35
		$7 + 2$

Meine Rechenraketen Name: _____

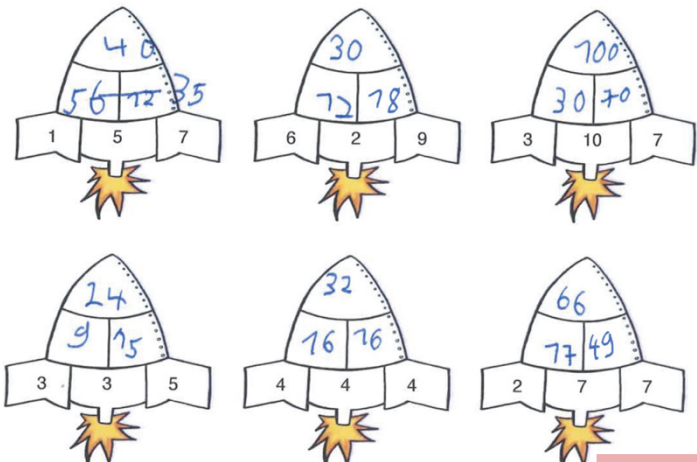
Das Aufgabenformat „Rechenrakete“ kann in dieser Phase des produktiven Übens flexibel an spezifische Bedingungen heterogener Lerngruppen angepasst werden. Durch die unterschiedlichen Aufgaben haben die Kinder die Möglichkeit, an ihre Vorkenntnisse anzuknüpfen, im eigenen Tempo oder im Sinne der natürlichen Differenzierung zu arbeiten und herausgefordert zu werden.



③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

Rechenrakete
Kernaufgaben I

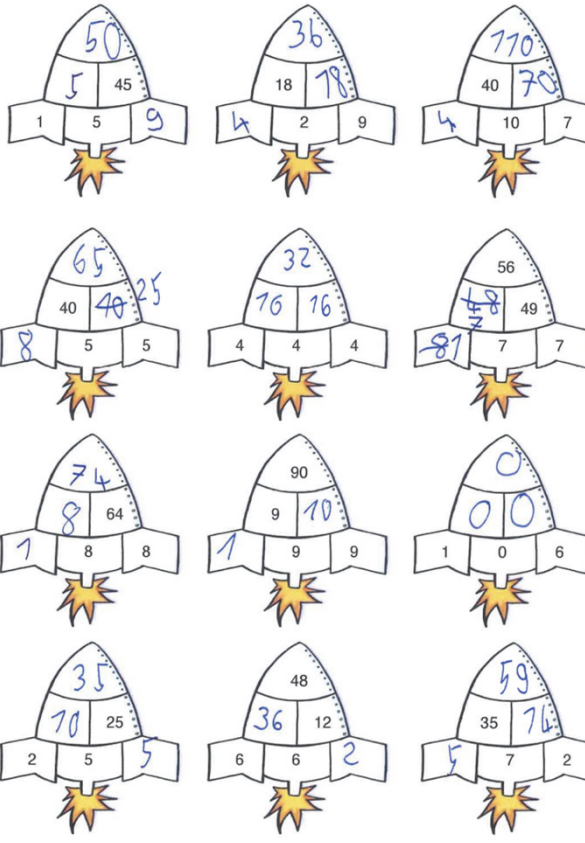
Name: Felix



$\begin{array}{c} 40 \\ \hline 56 \quad 72 \quad 35 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 7 \end{array}$	$\begin{array}{c} 30 \\ \hline 72 \quad 78 \\ \hline 6 \quad 2 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{c} 700 \\ \hline 30 \quad 70 \\ \hline 3 \quad 10 \quad 7 \end{array}$
$\begin{array}{c} 24 \\ \hline 9 \quad 15 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 32 \\ \hline 16 \quad 16 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{c} 66 \\ \hline 77 \quad 49 \\ \hline 2 \quad 7 \quad 7 \end{array}$

Rechenrakete
Kernaufgaben II

Name: Ben-Sarah

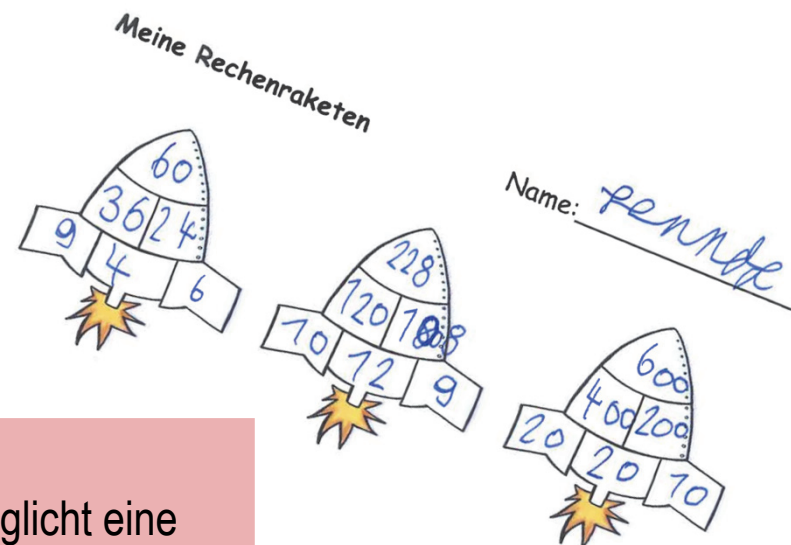
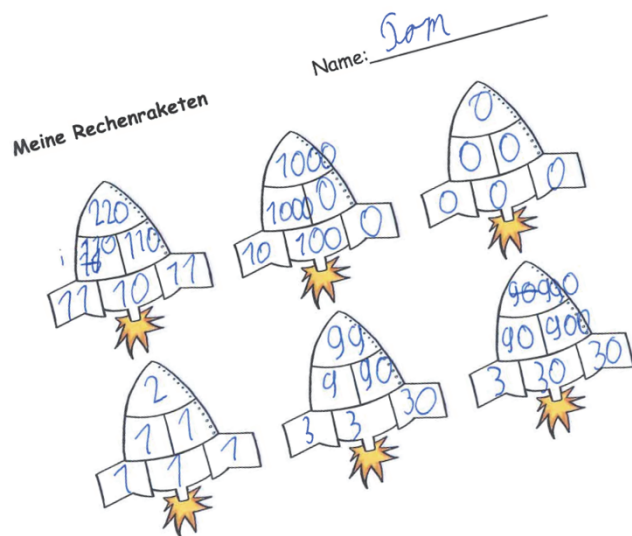


$\begin{array}{c} 50 \\ \hline 5 \quad 45 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{c} 36 \\ \hline 18 \quad 78 \\ \hline 4 \quad 2 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{c} 770 \\ \hline 40 \quad 70 \\ \hline 4 \quad 10 \quad 7 \end{array}$
$\begin{array}{c} 65 \\ \hline 40 \quad 40 \quad 25 \\ \hline 8 \quad 5 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 32 \\ \hline 16 \quad 16 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{c} 56 \\ \hline 48 \quad 49 \\ \hline 8 \quad 7 \quad 7 \end{array}$
$\begin{array}{c} 74 \\ \hline 8 \quad 64 \\ \hline 7 \quad 8 \quad 8 \end{array}$	$\begin{array}{c} 90 \\ \hline 9 \quad 10 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \quad 0 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 6 \end{array}$
$\begin{array}{c} 35 \\ \hline 70 \quad 25 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 48 \\ \hline 36 \quad 12 \\ \hline 6 \quad 6 \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{c} 59 \\ \hline 35 \quad 76 \\ \hline 5 \quad 7 \quad 2 \end{array}$

Kommentar:
 An den Lösungen lässt
 sich erkennen, ob die
 Kinder das Prinzip der
 Bildung der
 Rechenraketen verstanden
 haben.



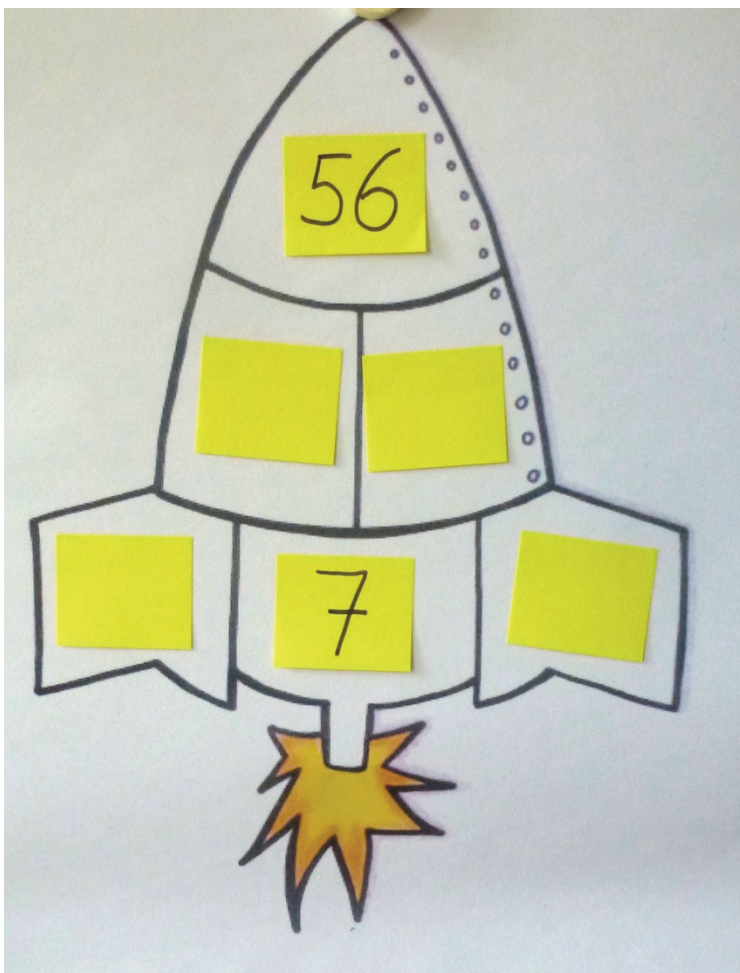
③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



Kommentar:
 Die Aufgabe ermöglicht eine „natürliche Differenzierung“, d. h. alle arbeiten am gleichen Aufgabenformat aber mit unterschiedlichem „Zahlenmaterial“, mit oder ohne Anschauungsmaterial.



② Rechenraketen – Die Aufgabe Teil 2



- Finde eine Lösung für diese Rechenrakete!
- Finde möglichst viele!
- Sind das wirklich alle?
- Wie kannst du herausfinden, ob es alle sind?
- Was fällt dir auf?



Wie begleite ich als Lehrkraft den Prozess des Problemlösens?



③ Impulse zum Problemlösen

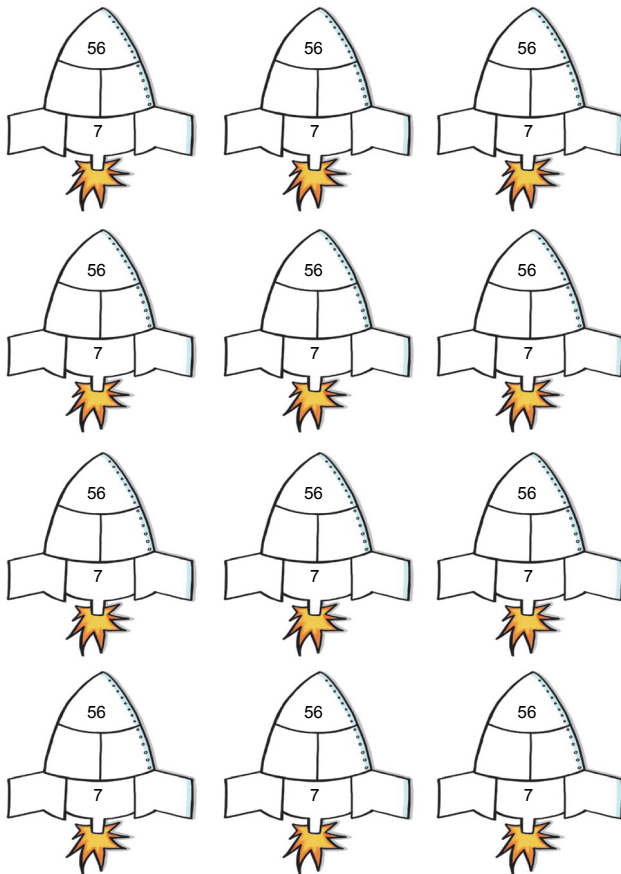
- „Finde eine Lösung zu dieser Rechenrakete!“
- „Es kann sein, dass du oft probieren musst, bis du eine Lösung gefunden hast.“
- „Es gibt genügend Probierblätter. Du darfst dir gerne noch mehr holen!“
- „Forscher probieren oft ganz lange ...“
- ...



③ Problemstellung – Einzelarbeit oder ICH-Phase

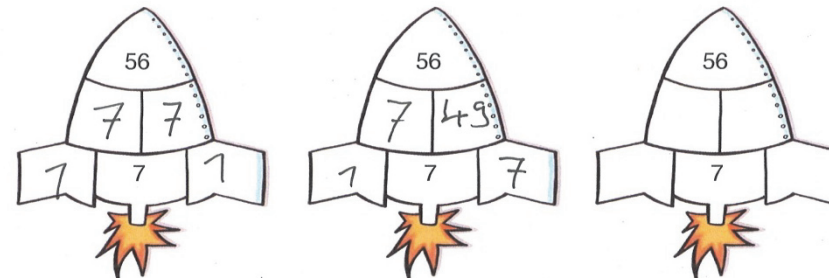
Rechenrakete
Zielzahl 56

Name: _____



Rechenrakete
Zielzahl 56

Name: Fabian



Kommentar:

In der Ich-Phase gehen die Schülerinnen und Schüler eigene Schritte in Richtung Lösung. Dieses Kind hat den ersten Versuch, der nicht zur Lösung geführt hat, verändert und dadurch eine Möglichkeit gefunden.



③ Schülerbeispiel zum Problemlösen



Welche Strategien
lassen die
Schülerlösungen
erkennen und mit
welchen Impulsen kann
der Prozess des
Problemlösens weiter
unterstützt werden?

Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Frederik

56 0 56 7 8	56 14 42 2 7 6	56 7 49 1 7 7
56 21 35 3 7 5	56 28 28 4 7 4	56 35 21 5 7 3
56 42 14 6 7 2	56 35 21 5 7 3	56 49 7 7 7 1
56 14 42 2 7 6	56 5 51 7	56 35 35 5 7 6

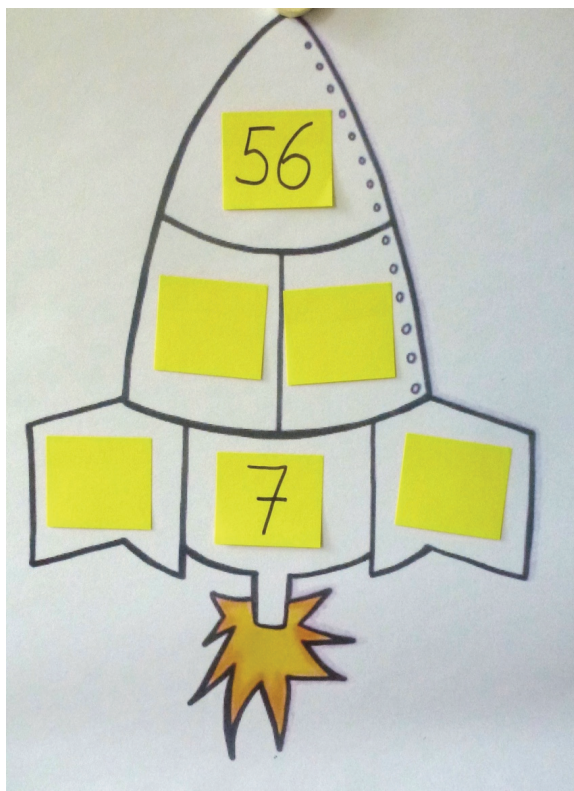
Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Sina

56 7 9 0 7	56 7 49 4 7	56 26 30 7
56 1 35 7	56 7 49 1 7 7	56 50 6 7
56 14 42 2 7 6	56 7	56 7
56 7	56 7	56 7
56 7	56 7	56 7



③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. DU-Phase

Findet weitere (alle) Lösungen
Zu dieser Rechenrakete!



Kommentar:
 Nachdem die Kinder in der Ich-Phase eigene Lösungen gefunden haben, tauschen sie sich nun über ihre Vorgehensweise aus, ordnen, sortieren und finden gemeinsam weitere Lösungen.



③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. Du-Phase





③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



Sind das alle Lösungen?

Four hand-drawn rocket diagrams illustrating different ways to sum to 56. Each rocket has a nose cone, a body, and a tail. The nose cone contains the total sum '56'. The body is divided into two sections for the addends. The tail has three sections for the digits of the sum. A yellow starburst is drawn at the bottom of each rocket.

$\begin{array}{r} 56 \\ 14 \quad 42 \\ 2 \quad 7 \quad 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 56 \\ 56 \quad 0 \\ 8 \quad 7 \quad 0 \end{array}$	+	$\begin{array}{r} 56 \\ 49 \quad 7 \\ 7 \quad 7 \quad 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 56 \\ 35 \quad 21 \\ 5 \quad 7 \quad 3 \end{array}$
---	--	---	--	---

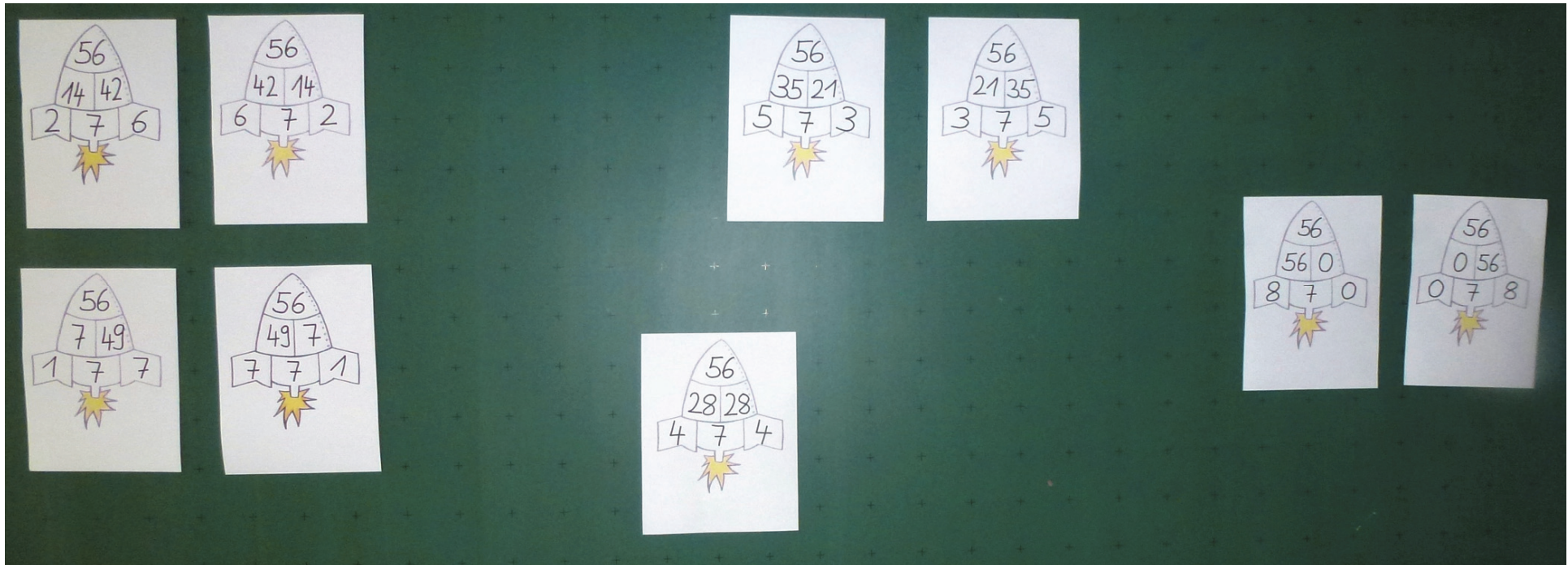


③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



Sind das wirklich alle?

Wie visualisiere, versprache und dokumentiere ich mögliche Entdeckungen?





③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung

Sind das wirklich alle?

The image shows 10 hand-drawn rockets on a green background. Each rocket has a number in its nose cone and digits in its body. Below each rocket is a corresponding dot pattern. The rockets and their dot patterns are as follows:

Rocket Nose Cone	Rocket Body Digits	Dot Pattern Description	
56	0 56	0 7 8	10x10 grid, 0 red, 56 blue
56	7 49	1 7 7	10x10 grid, 14 red, 42 blue
56	14 42	2 7 6	10x10 grid, 21 red, 35 blue
56	21 35	3 7 5	10x10 grid, 28 red, 28 blue
56	28 28	4 7 4	10x10 grid, 35 red, 21 blue
56	35 21	5 7 3	10x10 grid, 42 red, 14 blue
56	42 14	6 7 2	10x10 grid, 49 red, 7 blue
56	49 7	7 7 1	10x10 grid, 56 red, 0 blue
56	56 0	8 7 0	10x10 grid, 63 red, 0 blue
63	9 7	9 7	10x10 grid, 63 red, 0 blue

Kommentar:

Mit Hilfe der Punktebilder kann zum Beispiel erklärt werden, warum das alle Lösungen sein müssen. Auch kann damit das Distributivgesetz veranschaulicht werden.



③ Gesetzmäßigkeiten zur Lösung

$6 + 2$ $7 + 1$ $8 + 0$

- Die rechte und die linke Zahl ergeben immer 8.

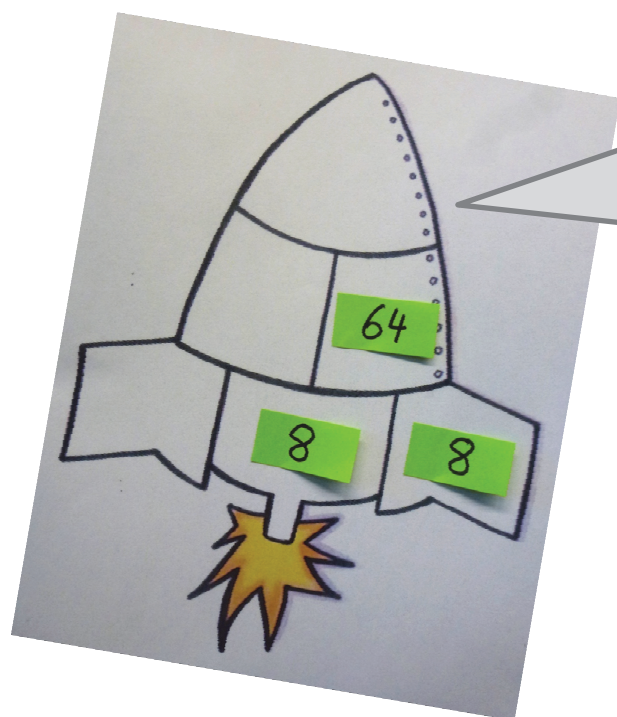
- ...
- ...

0 7 14 21
 $+7$ $+7$

$3 \cdot 7$ $4 \cdot 7$ $5 \cdot 7$
 $5 \cdot 7$ $4 \cdot 7$ $3 \cdot 7$
 $8 \cdot 7$



④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



Äußerungen der Schülerinnen und Schüler:

S1: „Ich habe diese Lösung.“

S2: „Häh? Ich habe eine andere!“

S3: „Und ich noch eine andere!“

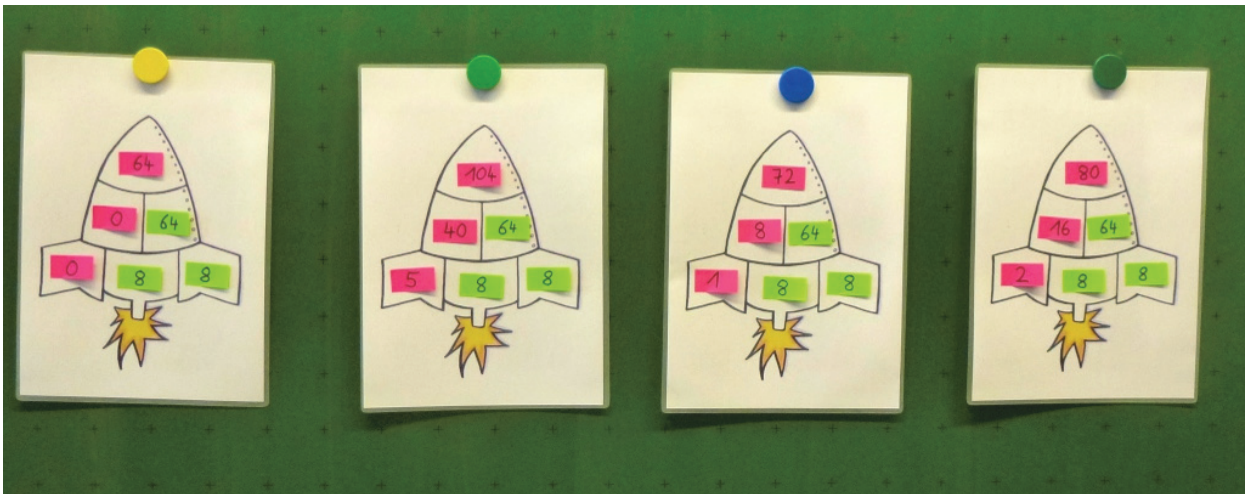
S4: „Wie viele Lösungen gibt es denn?“

Kommentar:

In diesem Aufgabenformat sind eine Fülle an weiteren Forschungsmöglichkeiten wie zum Beispiel diese Aufgabe enthalten.



④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



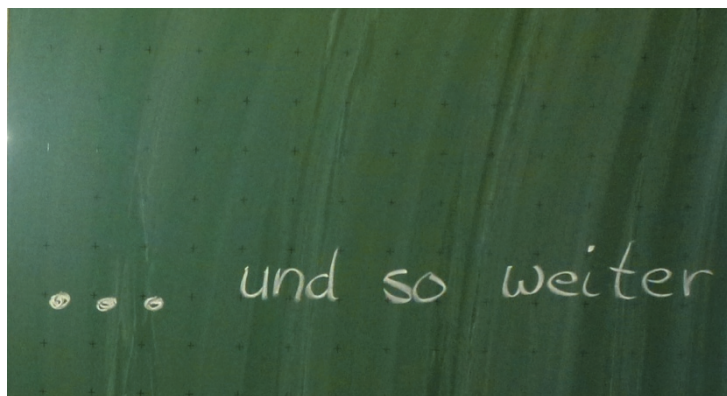
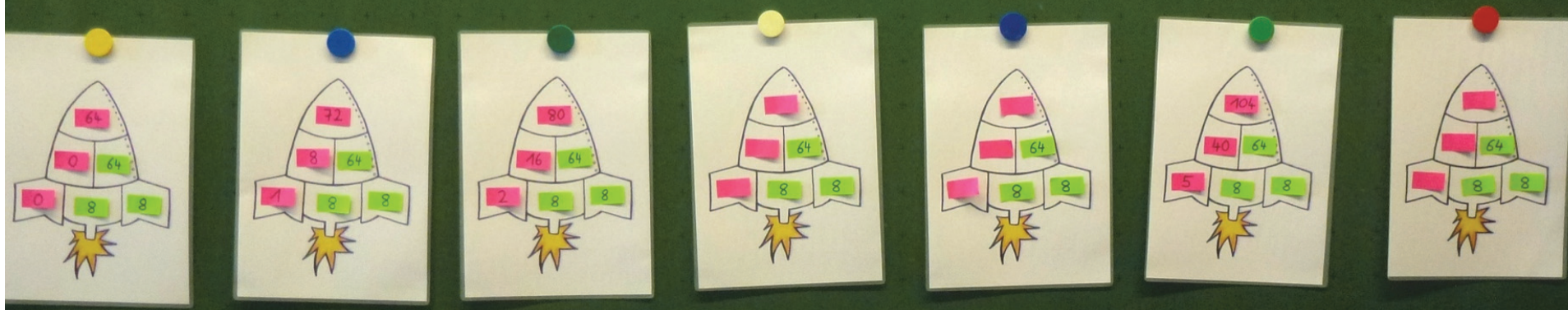
Impuls:
 Von der
 unstrukturierten...





④ Mögliche Felder der Weiterarbeit

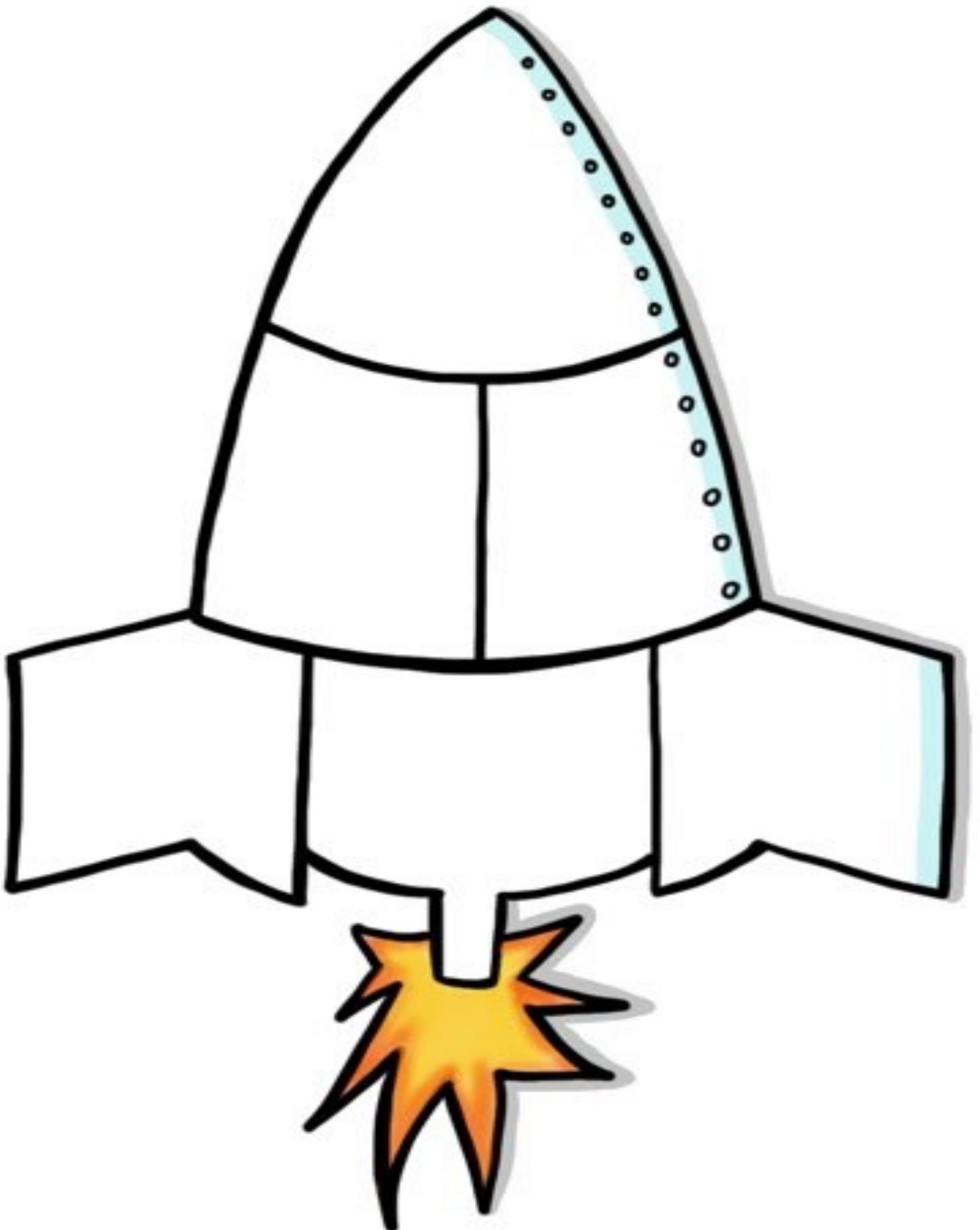
Rechenraketen



Impuls:
...zur strukturierten
Anordnung.

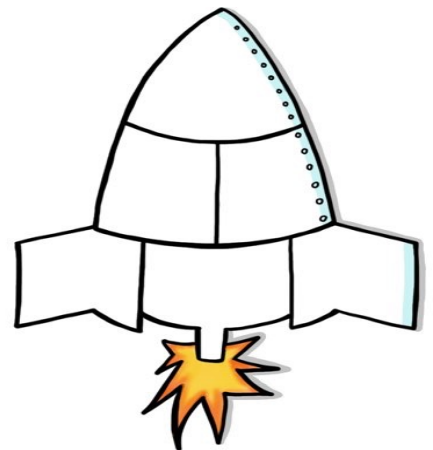
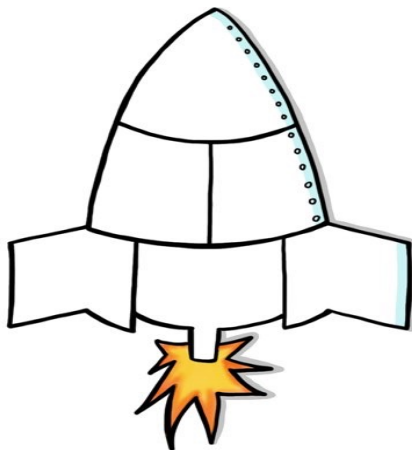
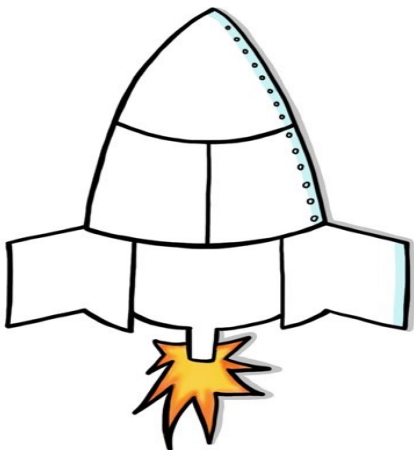
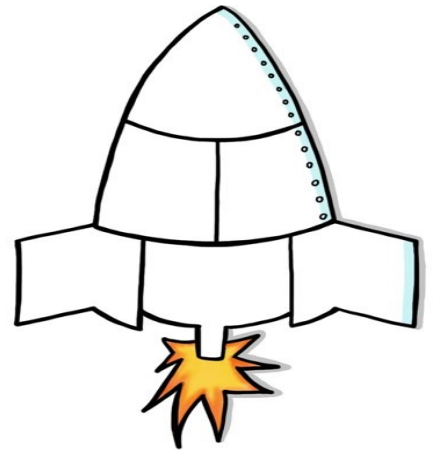
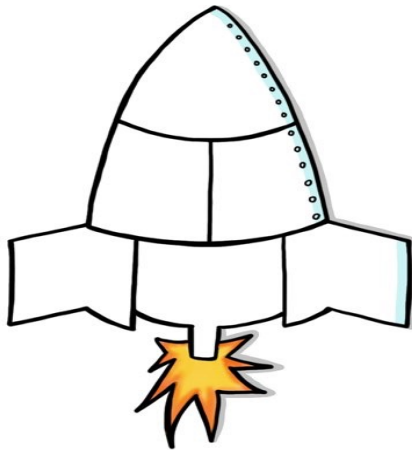
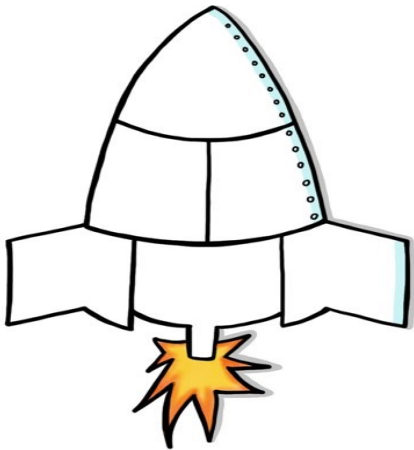
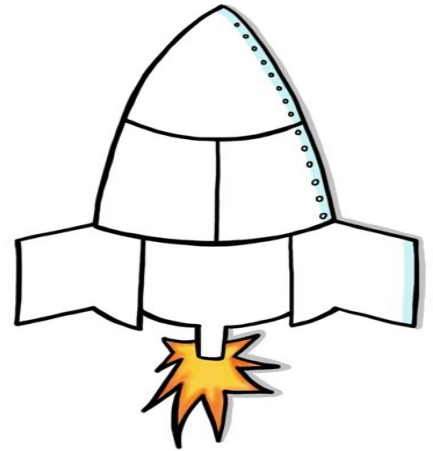
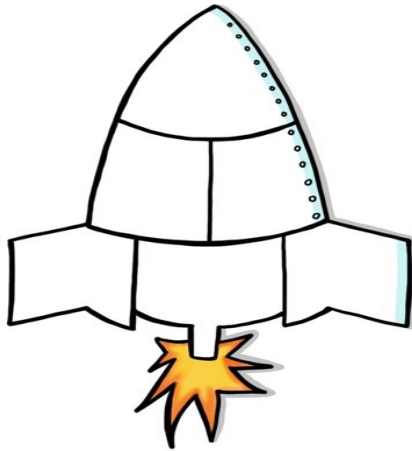
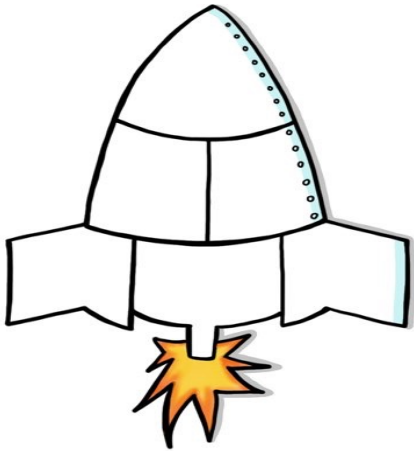
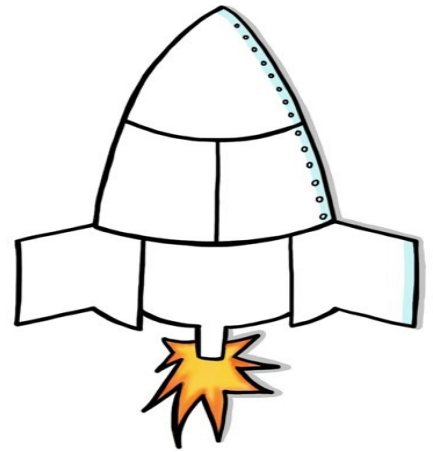
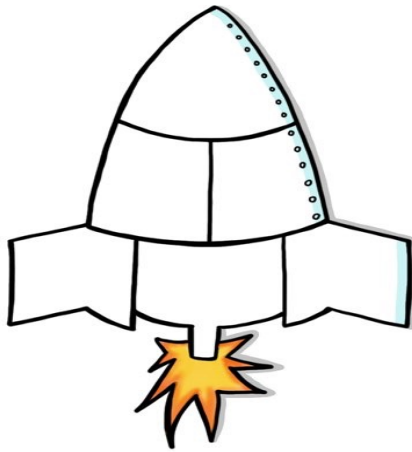
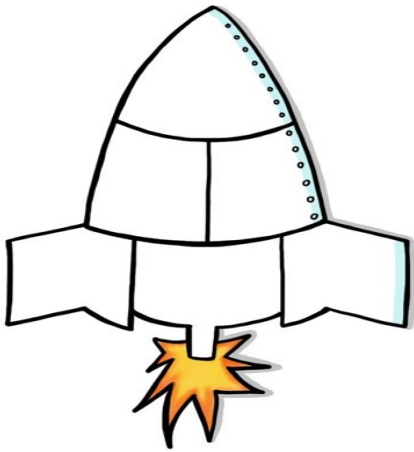
Rechenrakete
Post-its

Name: _____



Rechenrakete Probierblatt

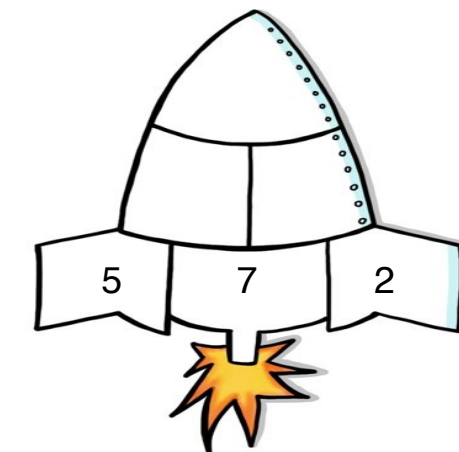
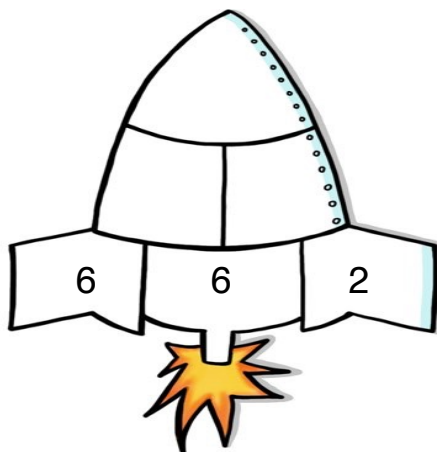
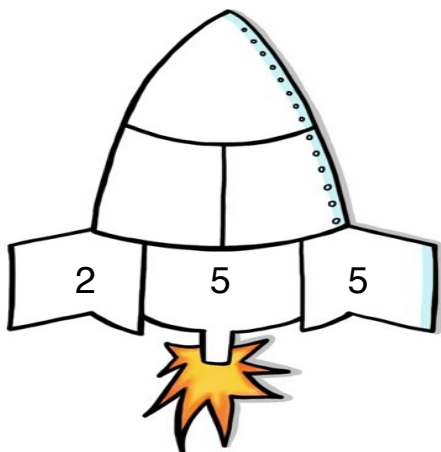
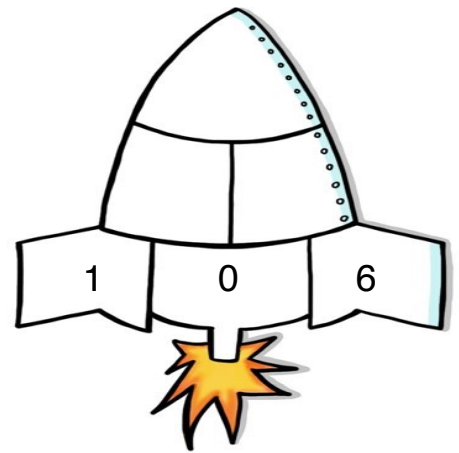
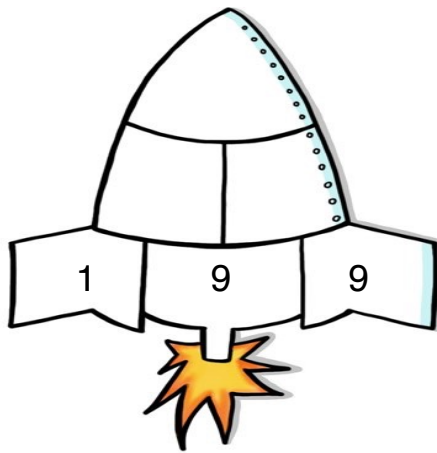
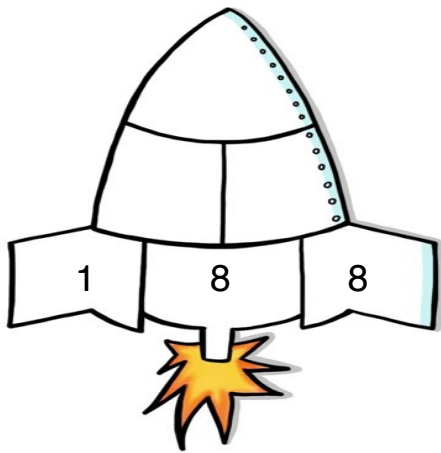
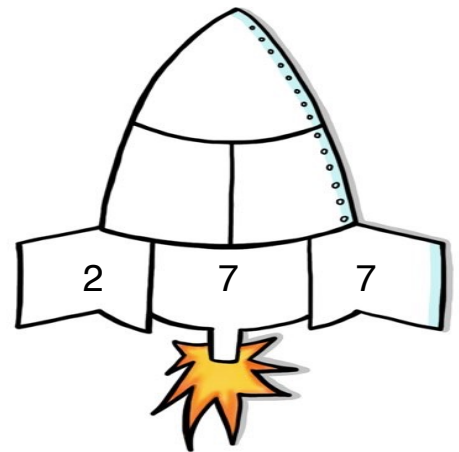
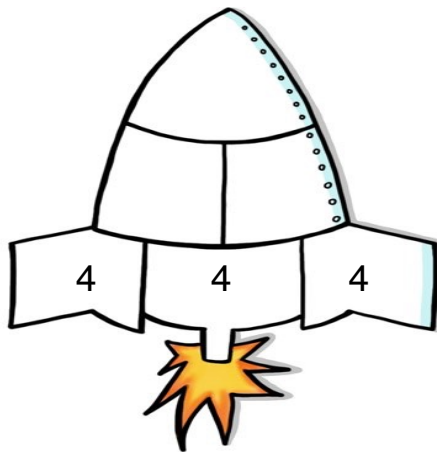
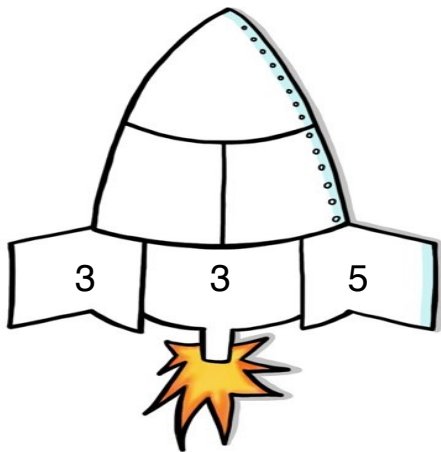
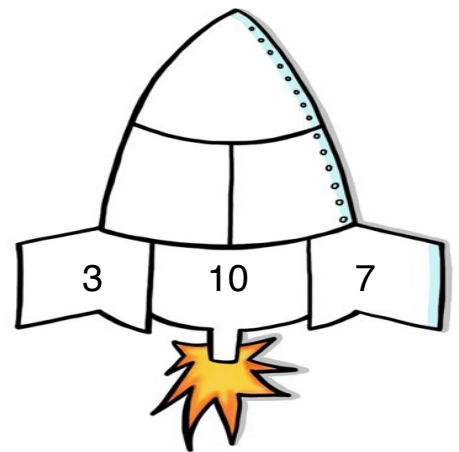
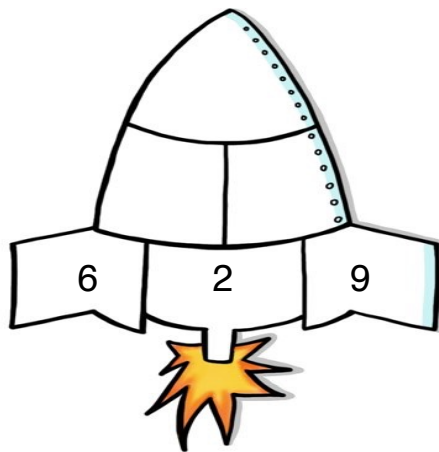
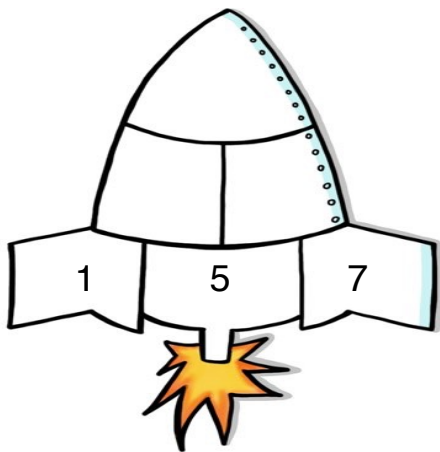
Name: _____



Rechenrakete

Kernaufgaben I

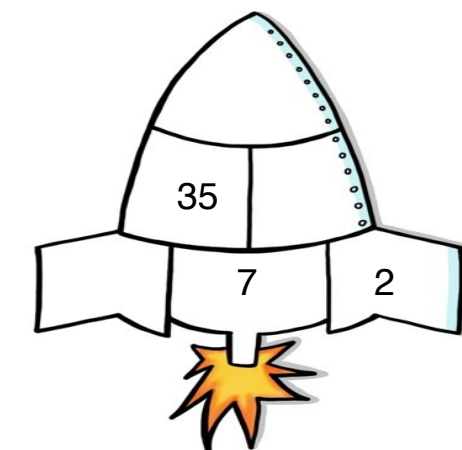
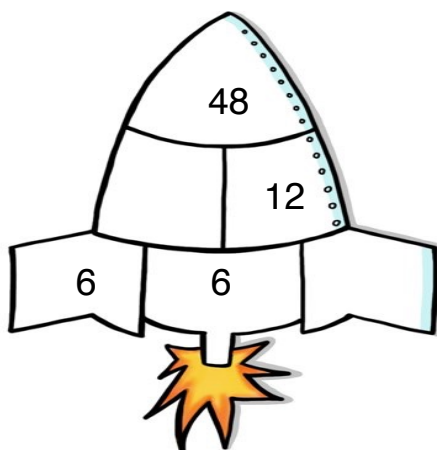
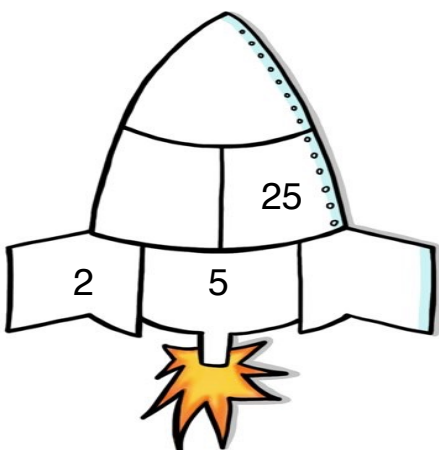
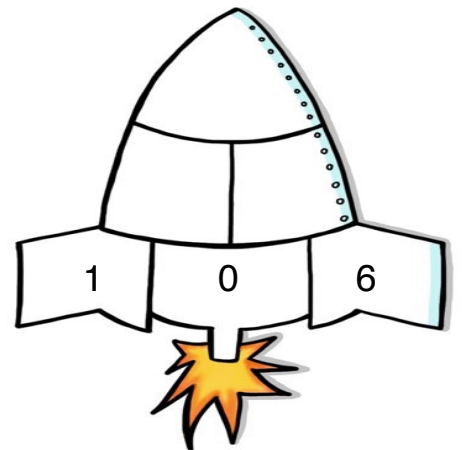
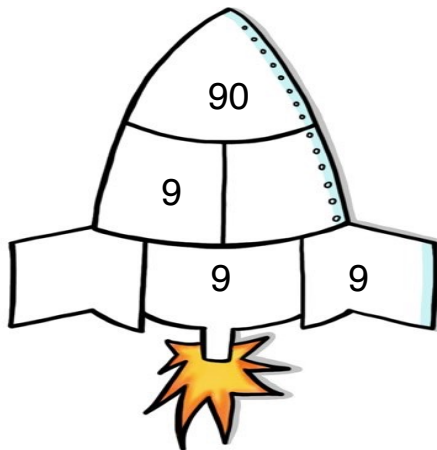
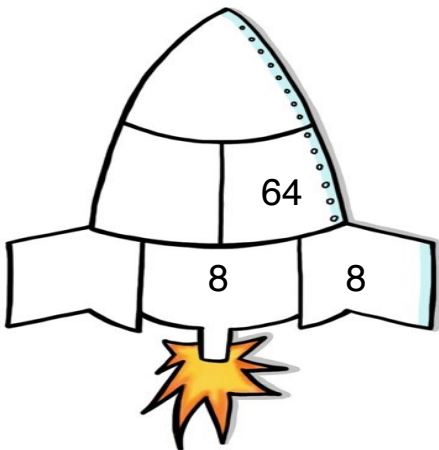
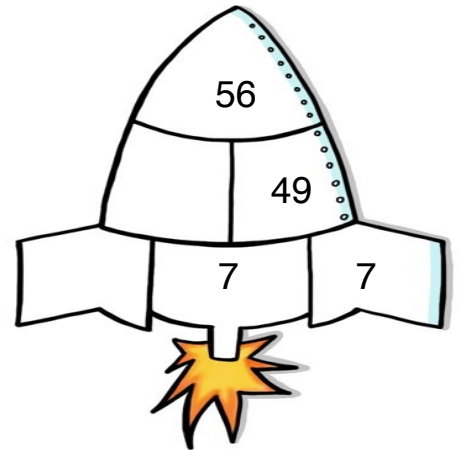
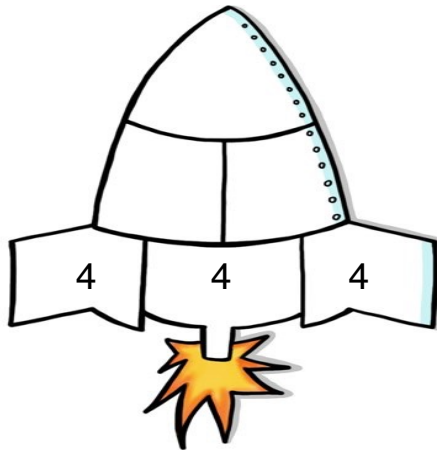
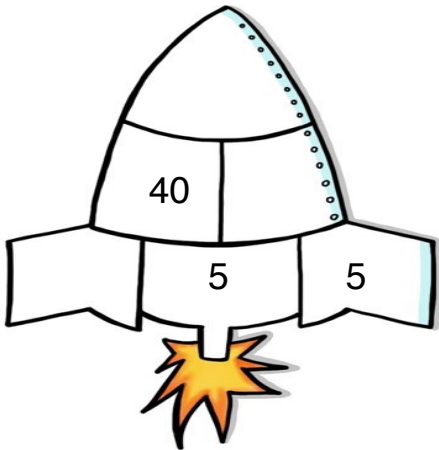
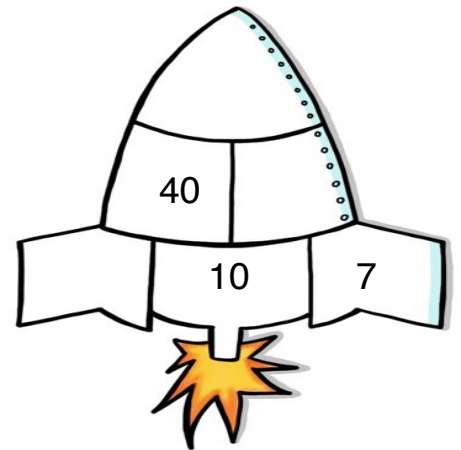
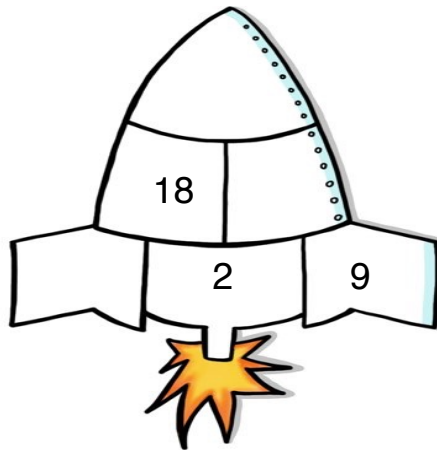
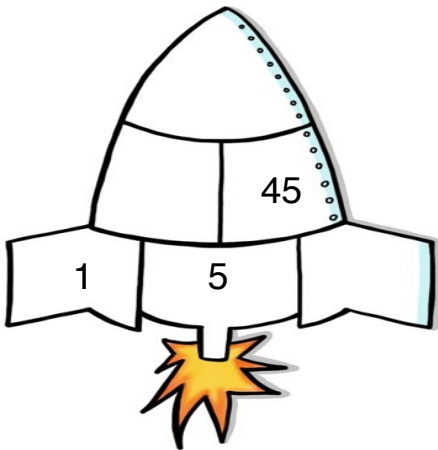
Name: _____



Rechenrakete

Kernaufgaben II

Name: _____





Impressum

Entwickelt	von Christine Kullen
Erprobt in Zusammenarbeit mit Fachliche und redaktionelle Begleitung:	Yvonne Brattoli, Gemeinschaftsschule Frickenhausen Konrad Eisele, Sebastian Hoene, Christine Kullen, Ute Planz, Wibke Tiedmann
V.i.S.d.P.	Wibke Tiedmann, Landesinstitut für Schulentwicklung
Fotos:	Christine Kullen, Yvonne Brattoli
Zeichnungen:	Wibke Tiedmann
Projekt:	SINUS Profil Mathematik an Grundschulen www.sinusprofil-bw.de
Herausgeber, Druck und Vertrieb:	Landesinstitut für Schulentwicklung (LS) Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-0 Telefax: 0711 6642-1099 Internet: www.ls-bw.de Webshop: www.ls-webshop.de E-Mail: poststelle@ls.kv.bwl.de
Stand:	September 2017
	© Landesinstitut für Schulentwicklung, Stuttgart 2017