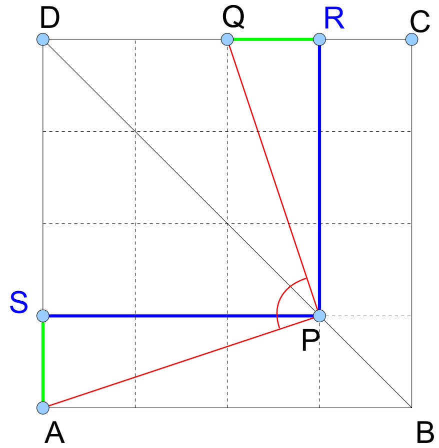
Lösungsvorschlag *Aufgabe 3, Beweisen ist klasse! (Teil 2)*



Aufgabe 3:

P teilt die Diagonale DB des Quadrats ABCD im Verhältnis 3:1.
Der Punkt Q ist der Mittelpunkt der Strecke CD.

Wie groß ist der Winkel ∢ QPA?

Lösungsvorschlag:

Für die Verwendung der Kongruenzsätze benötigen wir drei sich entsprechende gleiche Dreiecksgrößen.

Bei gegebenen Streckenverhältnissen erhält man mit Streifenscharen oft gleich lange Strecken. (Eine Parallelenschar mit drei Parallelen zu den Quadratseiten zerlegt hier die Quadratfläche in vier gleich breite Streifen.)

Schritt 1:

Wir zeichnen die Lote von *P* auf die die Quadratseiten $\overline{CD}$ und $\overline{DA}$. Die Lotfußpunkte benennen wir mit *R* und *S* (siehe Skizze).

Schritt 2:

Da *P* die Strecke $\overline{AB}$ im Verhältnis 3:1 teilt, liegen drei Steifen links (bzw. oberhalb) von *P* und einer rechts (bzw. unterhalb). Damit ist gezeigt, dass zum einen die Strecken $\overline{RQ}$ und $\overline{SA}$ genau eine viertel Quadratseite lang sind und zum anderen die Strecken $\overline{PR}$ und $\overline{PS}$ genau drei viertel Quadratseiten lang sind.

Als dritte gleiche Dreiecksgröße wählen wir den durch die Seiten $\overline{RQ}$ und $\overline{PR}$ (bzw. $\overline{SA}$ und $\overline{PS}$) eingeschlossenen Winkel. Hierbei handelt es sich aufgrund der Konstruktion über das Lot um einen rechten Winkel.

→ Mit sws folgt, dass die Dreiecke ΔQPR und ΔAPS kongruent sind.

Schritt 3:

Durch eine 90°-Drehung um den Punkt *P* wird die Seite $\overline{PS}$ auf die Seite $\overline{PR}$ abgebildet. Aufgrund der Kongruenz der Dreiecke wird dann auch die Strecke $\overline{PQ}$ auf $\overline{PA}$ überführt.

Damit ist gezeigt dass der Winkel ∢ *QPA* ein rechter ist.

Q. e. d.