

Lösungsvorschlag Aufgabe 4, Beweisen ist klasse! (Teil 3)

Aufgabe 4:

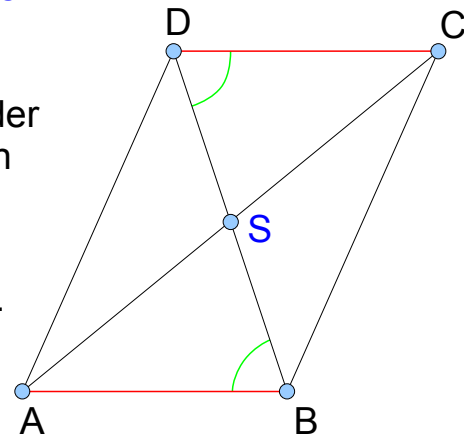
Zeige, dass aus der Parallelogramm-Definition („gegenüberliegende Viereckseiten sind parallel“) folgt, dass die Eckpunkte eines Parallelogramms stets punktsymmetrisch zum Diagonalschnittpunkt liegen.

Lösungsvorschlag:

Wir wollen nachweisen, dass die Diagonalen genau in der Mitte geteilt werden. Dieser Nachweis ist erbracht, wenn wir zeigen, dass die Dreiecke $\triangle ABS$ und $\triangle CDS$ kongruent sind.

(Denn dann sind die Strecken \overline{AS} und \overline{CS} gleich lang. Ebenso gilt $\overline{BS} = \overline{DS}$. Somit ist S Symmetriezentrum bezüglich der Parallelogramm-Ecken.)

Für die Verwendung der Kongruenzsätze benötigen wir wieder drei sich entsprechende gleiche Dreiecksgrößen.



Schritt 1:

Bei einem Parallelogramm sind die gegenüber liegenden Seiten gleich lang. Somit gilt $\overline{AB} = \overline{CD}$. (→ in deiner Skizze farblich markieren!)

Weiter sind die Winkel $\sphericalangle SDC$ und $\sphericalangle SBA$ gleich groß (Wechselwinkel an Parallelen sind gleich groß). Gleiches gilt für die Winkel $\sphericalangle DCS$ und $\sphericalangle SBA$ (noch nicht in der obigen Skizze markiert. Verwende eine andere Farbe.)

→ Mit wsw folgt, dass Dreiecke $\triangle ABS$ und $\triangle CDS$ kongruent sind.

Q. e. d.

Hinweis:

Umgekehrt kann man mit der Gleichheit von Scheitelwinkeln (bei S) nachweisen, dass bei einem Viereck aus der Punktsymmetrie zum Diagonalschnittpunkt auch die Gleichheit der gegenüberliegenden Seiten folgt.

Damit sind diese beiden Parallelogramm-Eigenschaften gleichwertig und beide als Definition für das Parallelogramm geeignet.