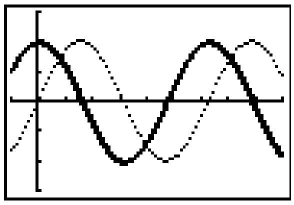
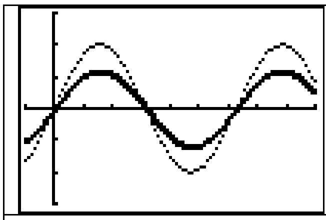
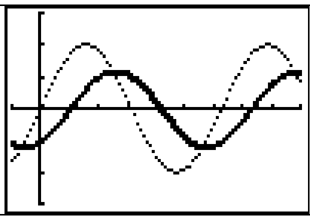
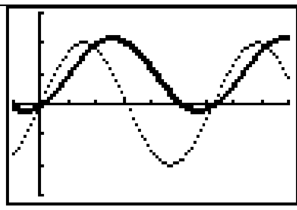
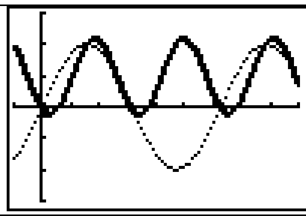
Ausgangssituation: Vor allem in sog. Anwendungsaufgaben geht es oft darum, periodische Vorgänge wie z.B. Temperaturverläufe oder Zu- und Abflussverhalten mit geeigneten Funktionen zu modellieren um dann mit den Mitteln der Analysis (v.a. Differenzial- und Integralrechnung) weitere Fragen zu beantworten.
Am Beispiel der Sinus-Funktion sollen mit Hilfe des grafischen Taschenrechners (TI 83 plus) die benötigten Regeln der Differenzial- und Integralrechnung (Ableiten, Stammfunktion bilden, Kettenregel bei linearer innerer Funktion) hergeleitet werden.



Voraussetzungen: (fürs grafische Differenzieren)

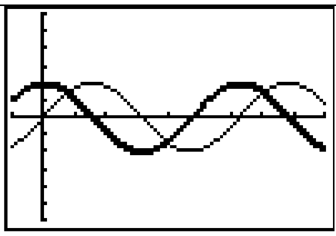
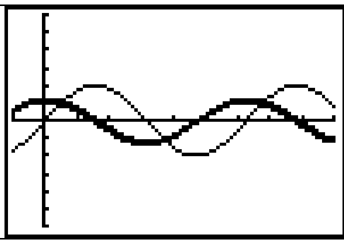
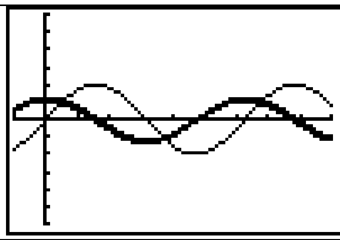
(1) die Funktion f: $x \to \sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$ und deren Schaubild (….)
die Funktion **f: $x \to \cos(x)$**, $x \in \mathbb{R}$ und deren Schaubild (**▬**)
(Anm.: es gilt: $\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$ und $-\sin(x) = \sin(-x)$).

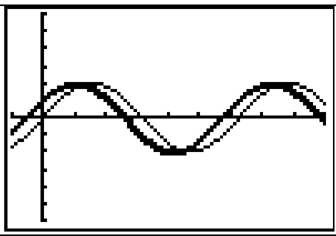
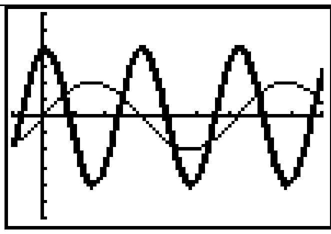
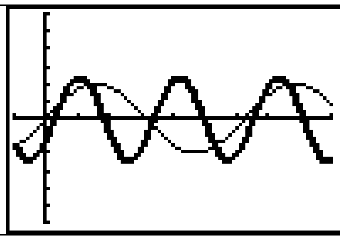
(2) Bedeutung der Parameter a, b, c, d $\in \mathbb{R}$ in **f: $x \to a\cdot\sin[b\cdot(x-c)]+d$**, $x \in \mathbb{R}$
a : Amplitude
b : Periode $p = 2\cdot\pi/b$
c : Verschiebung in x-Richtung um c
d : Verschiebung in y-Richtung um d
Beispiel: **f : $x \to 0{,}6\cdot\sin[2\cdot(x-1)]+0{,}5$**, $x \in \mathbb{R}$
(f(x)=sin(x) : gestrichelte Linie; Koord.: $-1 \le x \le 9$; $-1{,}5 \le y \le 1{,}5$)

			
f : $x \to 0{,}6\cdot\sin(x)$	**f : $x \to 0{,}6\cdot\sin(x-1)$**	**f : $x \to 0{,}6\cdot\sin(x-1)+0{,}5$**	**f : $x \to 0{,}6\cdot\sin[2\cdot(x-1)]+0{,}5$**

(3) Die grafische Ableitungsfunktion des TR: **nDeriv(Funktion,x,x)**

Grafisches Ableiten (f(x)=sin(x) : gestrichelte Linie; Koordinatensystem: $-1 \le x \le 9$; $-3 \le y \le 3$)

		
{sin(x)}'= cos(x)	**{0,6·sin(x)}'= 0,6·cos(x)**	**{0,6·sin(x)+0,5}'= 0,6·cos(x)**
	Regel: konstanter Faktor	**Regel:** konstanter Summand

		
{sin(x-1)}'= cos(x-1)	**{sin(2·x)}'= 2·cos(2·x)**	**{0,6·sin[2(x-1)]+0,5}'= 1,2·cos[2(x-1)]**
Regel: Kettenregel {f(u(x))}' = u'(x)·f'(u(x)) (u'(x)=1)	**Regel:** Kettenregel {f(u(x))}' = u'(x)·f'(u(x)) (u'(x) = 2)	**Die Gesamtlösung!**

Erg.: { a·sin[b·(x-c)]+d }' = a·b·cos[b·(x-c)]

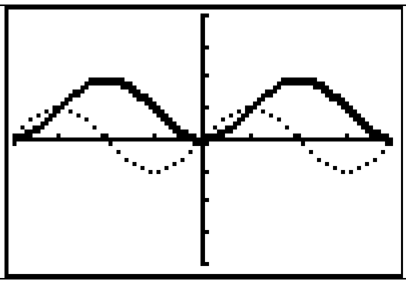
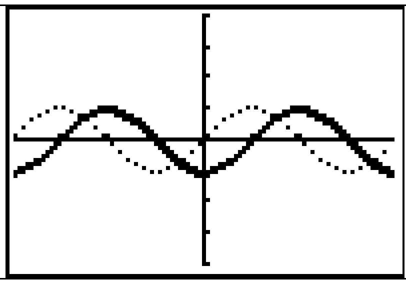
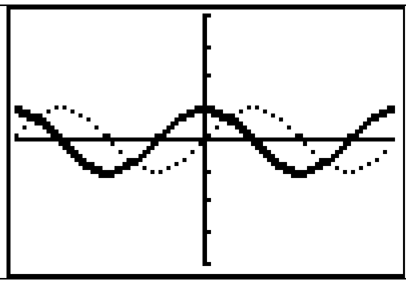
Voraussetzungen (fürs grafische Stammfunktion bilden)

Integralfunktion einer differenzierbaren Funktion f zur unteren Grenze a:
und Hauptsatz der Differenzial-/Integralrechnung:

$I_a(x) = \int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a), x \in R,$ F ist Stammfunktion von f .

Setze a = 0 (Rechenvorteil) und verwende die TR-Funktion **fnInt(f(x),x,0,x)**
(diese Funktionseingabe zeichnet – im Grafikfenster eingegeben – die Integralfunktion der Funktion f(x) zur unteren Grenze 0)

Stammfunktionen „grafisch“ bilden:

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f(x) = sin(x)
$I_a(x) = \int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$</td><td>$I_a$(x) -1 (da die Hochpunkte den y-Wert 2 haben)</td><td>-(I_a(x) -1) = cos(x)
man spiegelt I_a(x)-1 an der x-Achse</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Um F herauszufinden, zeichnet man zwei „Hilfsschaubilder“:</td></tr>
<tr><td>…. : f(x) = sin(x)
▬ : I_a(x) = F(x) – F(0)</td><td colspan="2" rowspan="2">Algebraische Umformungen ergeben:

- (I_a(x) -1) = cos(x) → I_a(x)= - cos(x) + 1 = F(x) – F(0)

→ F(x) = -cos(x), und F(0) = - cos(0) = - 1</td></tr>
<tr><td>Zoom7 (Standard für trig. Fktn.)
-6,15 ≤ x ≤ 6,15; -4 ≤ y ≤ 4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Erg.: Die (einfachste) Stammfunktion von sin(x) ist – cos(x)</td></tr>
</table>

Anm.: Alternativ kann man auch (vgl. Seite 1) die Cos-Funktion differenzieren. Man erhält dann **{cos(x)}’ = - sin(x)**.
Da das „Stammfunktion bilden“ die Umkehrung des „Differenzierens“ ist, ergibt sich:
„wenn man – cos(x) differenziert ergibt sich sin(x)“ und somit
ist **– cos(x)** eine (die einfachste) **Stammfunktion von sin(x)**.

Eine Stammfunktion von **f(x) = a·sin[b·(x-c)]+d** bildet man dann analog
(beachte: dies funktioniert nur bei einer linearen inneren Funktion):

∫(a·sin[b·(x-c)]+d) dx = - a/b·cos[b·(x-c)] + d·x