Tafelanschrieb: Berechnung der Asymptote für $x \to \pm\infty$

Beispiel 1:

$$f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x} = \underbrace{x-2}_{\text{Asymptote } y = x-2} + \frac{3}{x} \quad \to \frac{3}{x}\ konvergiert\ für\ x \to \pm\infty\ gegen\ 0$$

Beispiel 2:

$$f(x) = \frac{x-5}{x-1} = \frac{x-1-4}{x-1} = \underbrace{1}_{\text{Asymptote } y = 1} - \frac{4}{x-1} \qquad \to \frac{4}{x-1}\ konvergiert\ für\ x \to \pm\infty\ gegen\ 0$$

Beispiel 3:

$$f(x) = \frac{x^2-2}{2x-4} \to ?$$

→ **Polynomdivision** *(Lehrerhinweis: Durchführung der Polynomdivision)*

$$\to (x^2-2):(2x-4) = \underbrace{\frac{1}{2}x+1}_{\text{Asymptote } y = \frac{1}{2}x+1} + \frac{2}{2x-4} \qquad \to \frac{2}{2x-4}\ konvergiert\ für\ x \to \pm\infty\ gegen\ 0$$

Beispiel 4:

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^3-8} \to ?$$

(Lehrerhinweis: Vergleich von z.B. $f(\pm 100)$ mit $f(\pm 1000)$)

Asymptote $y = 0$

Merke:

Für die Asymptote der gebrochen-rationalen Funktion f gilt:
1. Ist $n < m$, so ist die x-Achse die waagrechte Asymptote
2. Ist $n = m$, so verläuft die Asymptote parallel zur x-Achse mit der Gleichung $y = \frac{a_n}{b_m}$
3. Ist $n > m$, so ist die Asymptote der durch Polynomdivision entstandene ganzrationale Funktionsterm (der gebrochen-rationale Rest ist für das asymptotische Verhalten irrelevant)