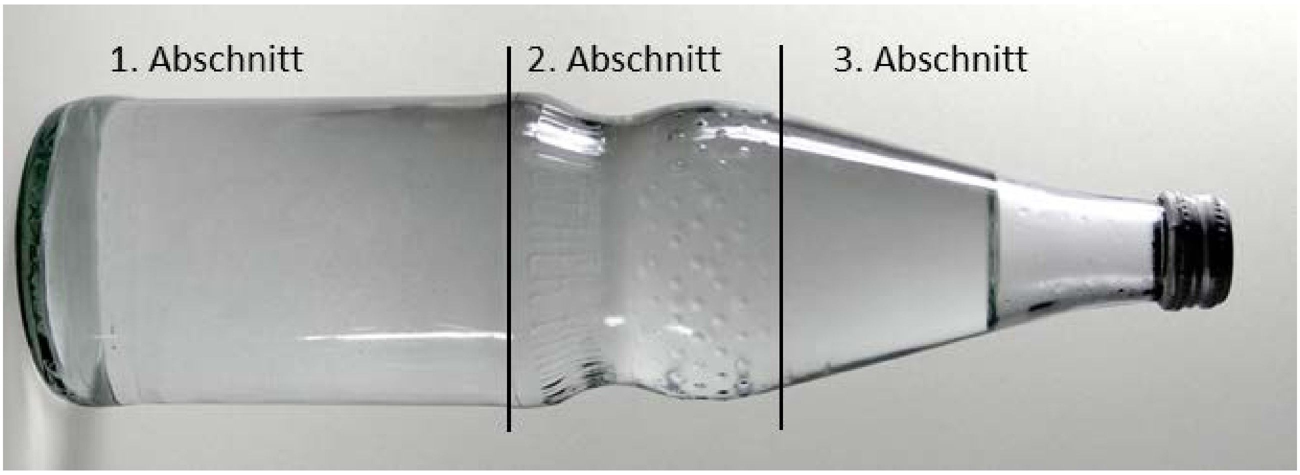
Abschnittsweise definierte Funktion

Beispiel: Die Randlinie einer typischen Glaspfandflasche soll modelliert werden. In den drei Abschnitten sollen folgende unterschiedliche Funktionstypen verwendet werden:

1. Abschnitt: konstante Funktion
2. Abschnitt: geeignete Polynomfunktion
3. Abschnitt: lineare Funktion



Bildquelle: Rainer Zenz/https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ANormflasche-1.jpg/CC-BY-SA-3.0 http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/legalcode, abgerufen am 18.09.2015, verändert (Einfügen der Abschnitte) durch die Redaktion.

Hinweise:

Legen Sie fest, wo die Koordinatenachsen verlaufen sollen.

Messen Sie mit den ausgeteilten Schnüren den Umfang der Flasche an verschiedenen Stellen.

Geben Sie für den jeweiligen Abschnitt einen Funktionsterm an. Beachten Sie dabei, dass die Flasche keine „Löcher“ hat.

Die Randlinie kann auch wie folgt durch eine abschnittsweise definierte Funktion ausgedrückt werden:

$$f(x)=\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$$

Lösungsidee:

Messwerte:

x	0-12	13	14	15	16	17	18	19	26
Umfang in cm	24	23,5	21,5	23	23,5	23	22	19,6	8,5
Radius r in cm	3,82	3,74	3,42	3,66	3,74	3,66	3,5	3,12	1,35

1. Abschnitt: $f_1(x)=3,82$
2. Abschnitt: z.B. Kubische Regression für Messwerte von $x=12$ bis $x=19$.
   $f_2(x)=-0,0142x^3+0,6455x^2-9,7141x+51,99$ mit $R^2=0,88$
   $f_2(12)=3,85$; $f_2(19)=3,11$
3. Abschnitt: $f_3(x)=-0,253x+7,927$

$$f(x)=\begin{cases} 3,82 & \text{für } 0\le x<12 \\ -0,0142x^3+0,6455x^2-9,7141x+51,99 & \text{für } 12\le x<19 \\ -0,253x+7,927 & \text{für } 19\le x\le 26 \end{cases}$$

Bemerkung: Diese abschnittsweise definierte Funktion ist **nicht** stetig.

Alternativlösung:

1. Abschnitt siehe oben
2. Abschnitt: Verwendung von nur 4 Messwerten, damit die Stetigkeit erfüllt ist.

12	14	16	19
3,82	3,42	3,74	3,12

   Kubische Regression für diese Messwerte
   $f_2(x)=-0,023x^3+1,07x^2-16,167x+84,06$

3. Abschnitt: siehe oben

$$f(x)=\begin{cases} 3,82 & \text{für } 0\le x<12 \\ -0,023x^3+1,07x^2-16,167x+84,06 & \text{für } 12\le x<19 \\ -0,253x+7,927 & \text{für } 19\le x\le 26 \end{cases}$$

Bemerkung: Diese abschnittsweise definierte Funktion ist **nicht** differenzierbar. Ob eine differenzierbare Funktion modelliert werden soll, kann diskutiert werden.