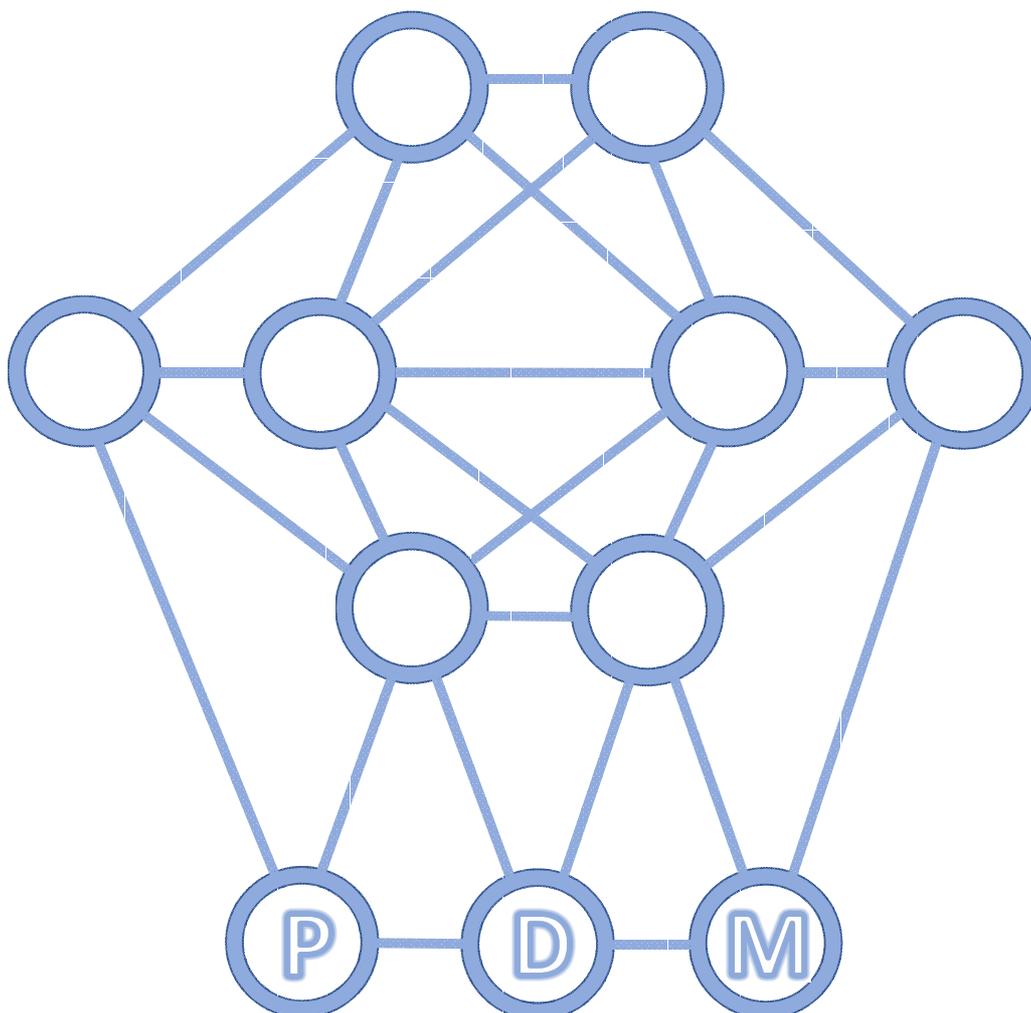


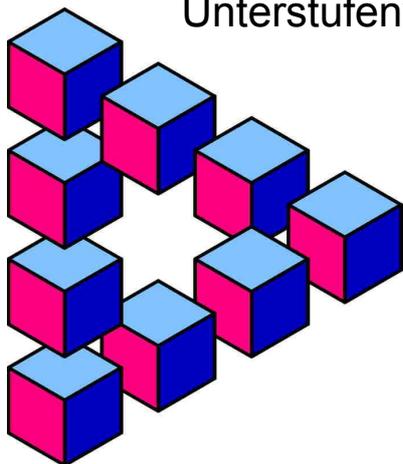
Problem des Monats

Oktober 2018

Buchstabenverteilung

Setze in die folgenden 8 Kreise die Buchstaben A, B, C, E, F, G, H und I so ein, dass in verbundenen Feldern keine 2 Buchstaben alphabetisch aufeinander folgen.





Problem des Monats

November 2018

Knack den Code



Marco und Petra stehen vor dem verschlossenen Safe Ihres Opas. Darin hat der Opa eine Überraschung für die beiden deponiert, die sie erhalten, wenn sie den Code knacken. Er gibt ihnen drei Hinweise auf den Lösungscode.

Die aus der Ziffernabfolge entstehende natürliche ...

Anmerkungen:

Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.

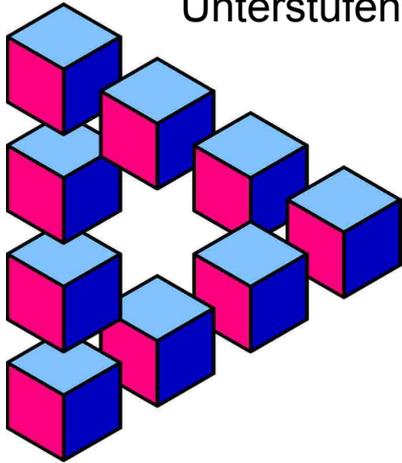
Das Querprodukt einer Zahl ist das Produkt ihrer Ziffern.

Zum Beispiel ist die Quersumme von 135 $1+3+5=9$ und das Querprodukt $1\cdot 3\cdot 5=15$.



*Zahl ist durch 5 teilbar,
hat die Quersumme 11 und
hat das Querprodukt 20.*

Schreibe alle möglichen Zahlen auf.

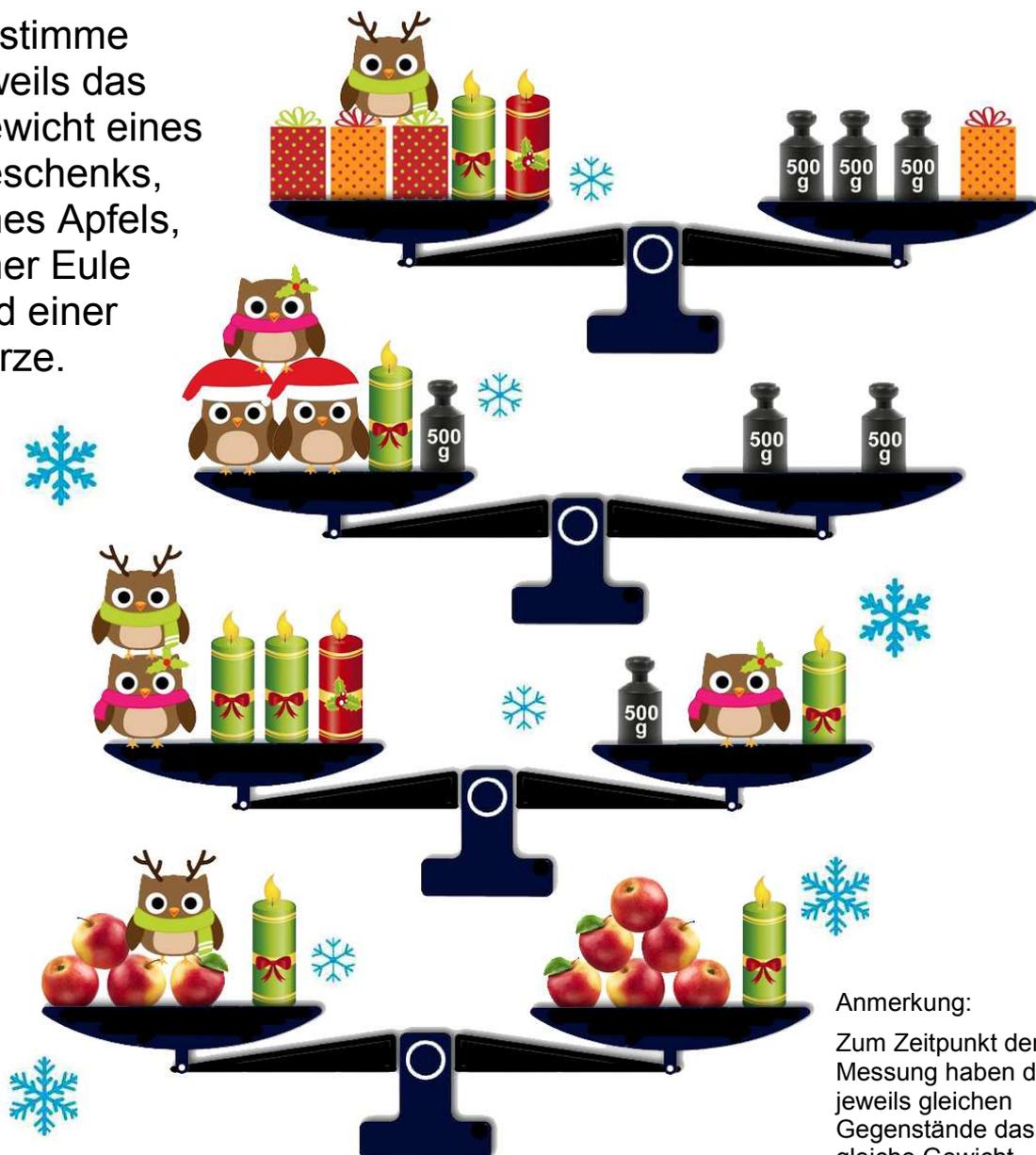


Problem des Monats

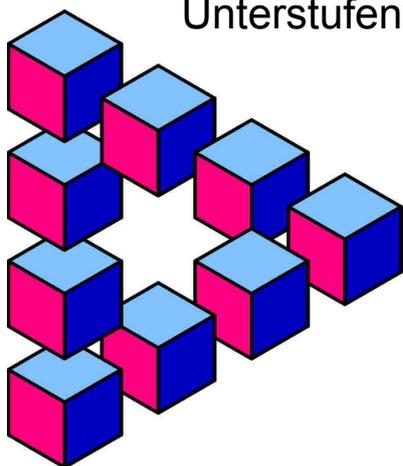
Dezember 2018

Weihnachtswaagen

Bestimme
jeweils das
Gewicht eines
Geschenks,
eines Apfels,
einer Eule
und einer
Kerze.



Anmerkung:
Zum Zeitpunkt der
Messung haben die
jeweils gleichen
Gegenstände das
gleiche Gewicht.



Problem des Monats

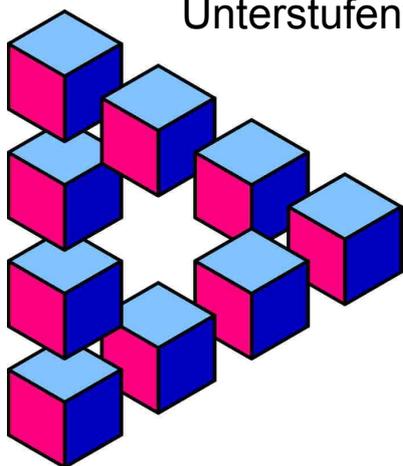
Januar 2019

Happy New Year

Am ersten Schultag im neuen Kalenderjahr präsentiert der Mathematiklehrer von Marco und Petra seinen Schülerinnen und Schülern eine besondere Aufgabe:



- Schreibe die richtigen Zahlen in die Lücken.
- Begründe, dass es nur diese zwei Möglichkeiten gibt.

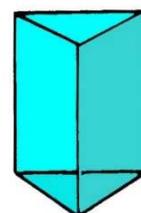
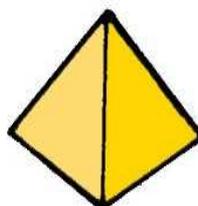
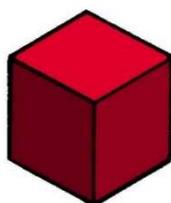


Problem des Monats

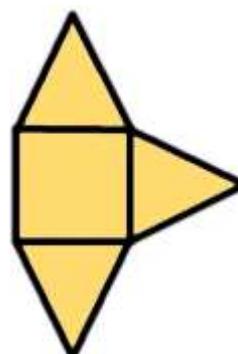
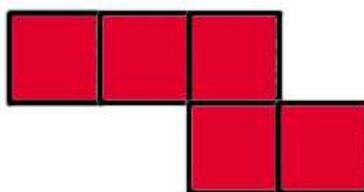
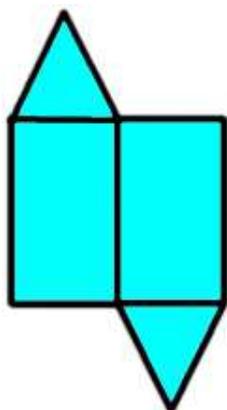
Februar 2019

Unvollständig

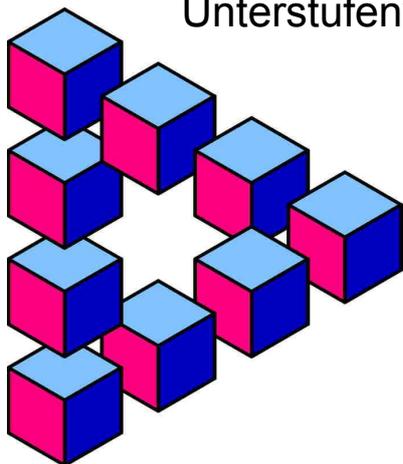
Petra beschäftigt sich heute mit geometrischen Körpern. Sie zerschneidet vier Körper entlang ausgewählter Kanten: einen Würfel, einen Quader, eine quadratische Pyramide und ein dreiseitiges Prisma.



Anschließend schneidet sie bei jedem Netz genau eine Fläche ab, so dass die folgenden vier unvollständigen Netze entstehen:



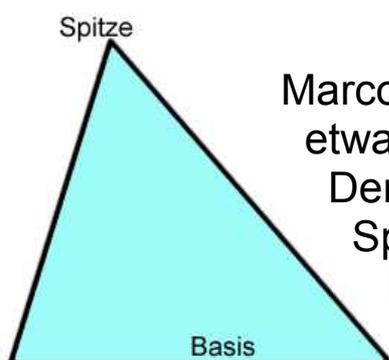
Welche Fläche fehlt pro Netz und wo könntest du diese wieder ankleben?
Zeichne (auf einem Extrablatt) jeweils **alle** Möglichkeiten.



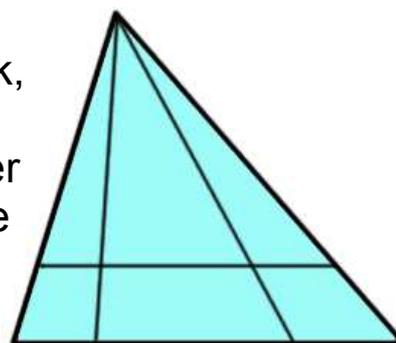
Problem des Monats

März 2019

Dreiecksvielfalt

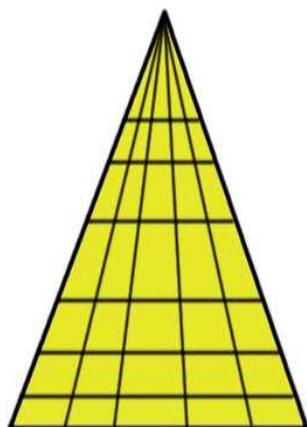


Marco zeichnet ein Dreieck, etwa so wie im Bild links. Den Punkt oben nennt er Spitze, die untere Seite Basis.



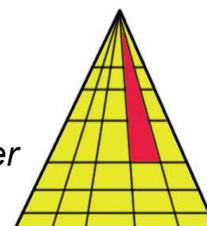
a) Anschließend zeichnet er in das Dreieck drei weitere Strecken: Zwei davon verlaufen von der Spitze zur Basis und eine liegt parallel zur Basis.

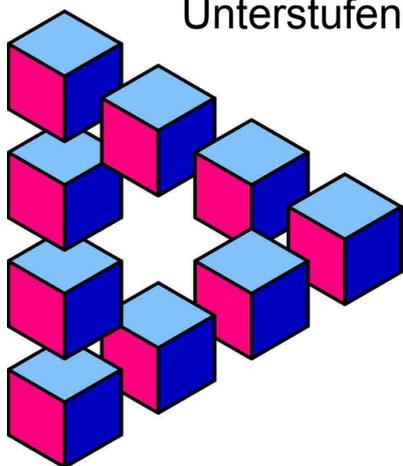
Wie viele Dreiecke sind jetzt insgesamt vorhanden?



b) Petra stellt Marco vor eine noch größere Herausforderung. Sie zeichnet in ihr Dreieck vier Strecken von der Spitze zur Basis und sechs zur Basis parallele Strecken. Wie viele Dreiecke sind in dieser Figur zu entdecken?

*Beispiel für eines der
möglichen Dreiecke*





Problem des Monats

April 2019

Ein Ostereierspiel

Die Eltern von Marco und Petra haben am Ostersonntag viele kleine Ostereier im Garten versteckt. Alle suchen gemeinsam und finden insgesamt 36 Eier. Als sie ihren Fund bestaunen, schlägt der Opa den Geschwistern ein Spiel vor:



„Wir bilden zwei Mannschaften - Ihr zwei spielt gegen mich. Wir nehmen abwechselnd 1 bis 5 Ostereier von den insgesamt 36 Ostereiern weg. Wer die letzten Eier nehmen darf, bekommt alle. Ihr zwei dürft gemeinsam anfangen, danach nehme ich welche weg, dann wieder ihr. Und so weiter.“



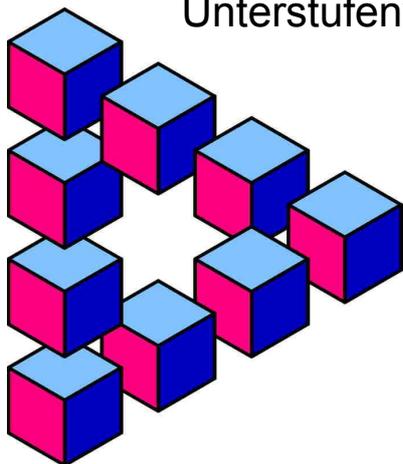
Marco und Petra zögern mit einem schnellen Einverständnis und überlegen zuerst. Bestimmt hat ihr Opa hier mal wieder einen besonderen Trick eingebaut. Und richtig: Wenn der Opa geschickt spielt, können Marco und Petra gar nicht gewinnen.

a) Nach welcher Strategie geht Opa vor, damit er sicher gewinnt?

Nachdem sie gemeinsam einige Eier gegessen haben, dürfen die Geschwister die Regel für die restlichen 19 Ostereier vorschlagen. Petra und Marco formulieren: „Wir nehmen nun abwechselnd 1, 2, 3 oder 4 von insgesamt 19 Ostereiern und wer die letzten Eier nehmen darf, bekommt alle.“

b) Wer muss nun starten, damit Marco und Petra auf jeden Fall gewinnen, wenn sie geschickt spielen? Begründe.

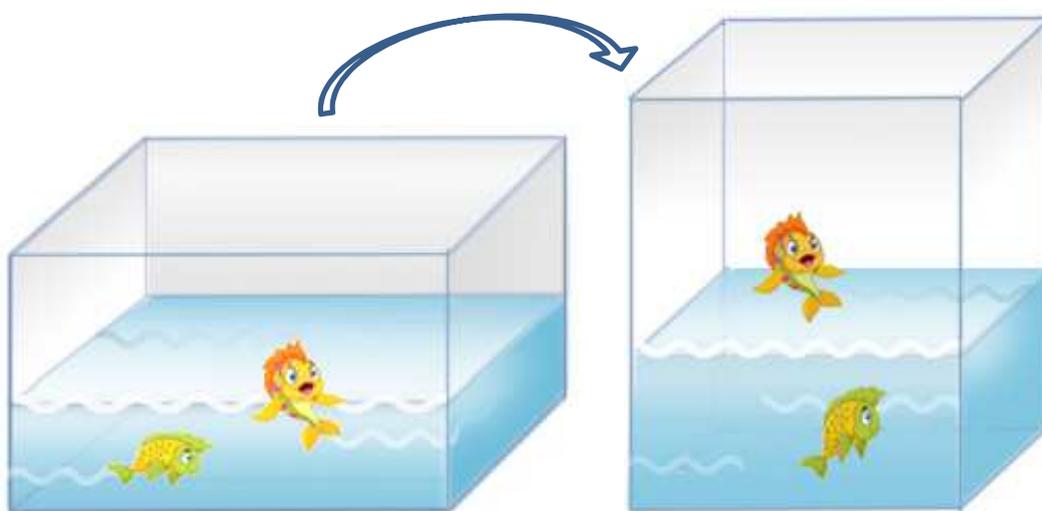




Problem des Monats

Mai 2019

Wasserstand

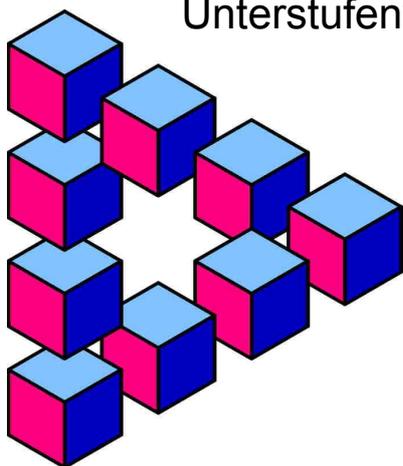


Ein quaderförmiges Glasgefäß wird mit 270cm^3 Wasser befüllt und anschließend verschlossen. Je nachdem, auf welche Seite man den Quader nun stellt, steht das Wasser 2cm, 3cm oder 5cm hoch.

- Bestimme die Maße des Quaders.
- Wie viel Wasser fehlt zur vollständigen Befüllung des Quaders?

Anmerkungen:

- Alle Maße sind ganzzahlig.
- Die Dicke der Glasscheiben darf vernachlässigt werden.
- Das Volumen der Fische soll nicht berücksichtigt werden.

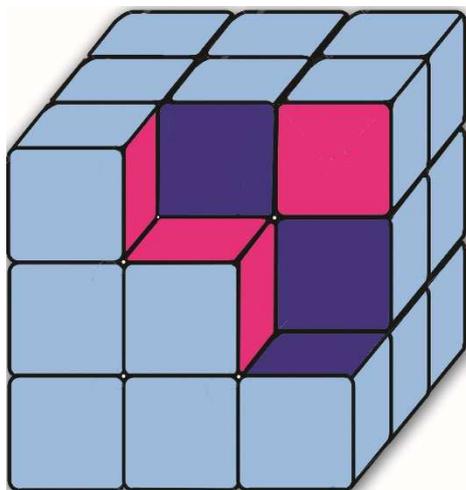


Problem des Monats

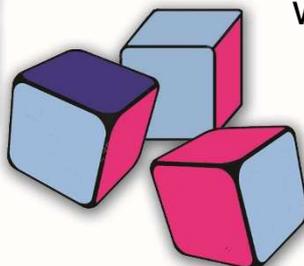
Juni 2019

1 Würfel, 3 Farben

Petra und Marco haben einen Würfel, der aus 27 kleinen Würfeln zusammengesetzt ist. Nun wollen sie alle kleinen Würfel so mit den 3 PdM-Farben (rot, dunkelblau, hellblau) einfärben, dass man daraus sowohl einen einfarbigen hellblauen, als auch einen roten oder einen dunkelblauen Würfel bauen kann.



a) Wie viele Würfel müssen sie nun auf genau drei Seiten hellblau färben, wie viele auf genau zwei Seiten, wie viele auf nur einer Seite?

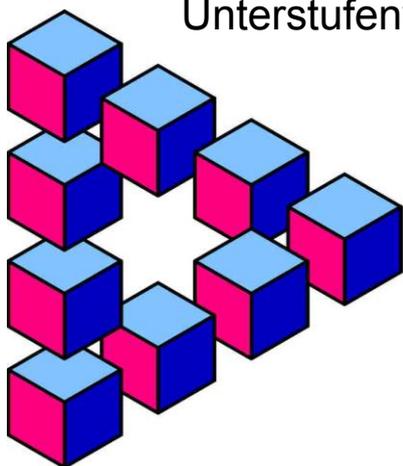


Die beiden finden nach langem Überlegen eine Lösung, wie sie die Färbungen vornehmen müssen, und beginnen:

1 R₃D₃H₀ , 6 R₂D₂H₂ , 1 R₀D₃H₃ ,

Das bedeutet: Bei einem Würfel sind 3 Seiten rot, 3 Seiten dunkelblau und keine hellblau, bei 6 Würfeln sind

b) Vervollständige diese Lösung.



Problem des Monats

Juli 2019

Frozen Yogurt

Marco und Petra dürfen in den kommenden Sommerferien jeden Tag eine Portion „Frozen Yogurt“ essen. Dabei haben sie die Wahl zwischen einer der Geschmacksrichtungen Vanille, Schokolade und Erdbeere. Dazu kommt auf Wunsch eine Schoko- oder Erdbeersoße. Als Topping oben drauf darf man wählen zwischen Marshmallows, Schokostreuseln, Müsli­flocken, Gummibärchen oder Kokosflocken.

a) Petra wählt jeden Tag zu einer Geschmacksrichtung genau eine Soße und ein Topping.

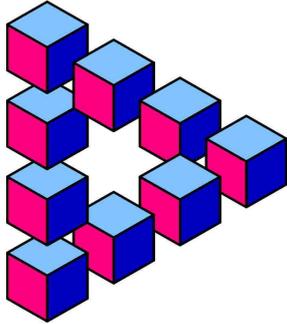
Kann sie es so schaffen, alle möglichen Varianten in den kommenden Sommerferien durchzuprobieren?



Hinweis:
Marco hat auch die Möglichkeit keine Soße und / oder kein(e) Topping(s) zu wählen.
Er kann aber ein Topping als doppelte Portion wählen.

b) Marco mag auch sehr gerne Frozen Yogurt. Er will ebenfalls alle Varianten ausprobieren, allerdings ohne Erdbeereis und Erdbeersoße. Dafür darf er bis zu zwei Toppings wählen!

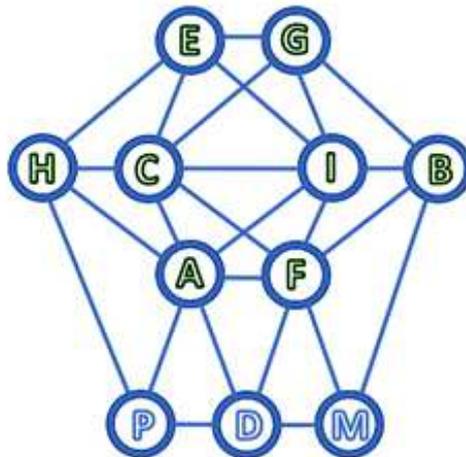
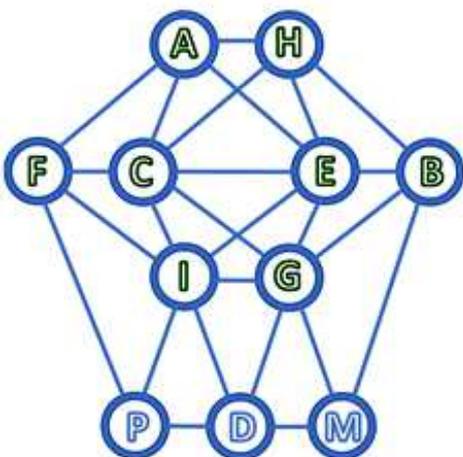
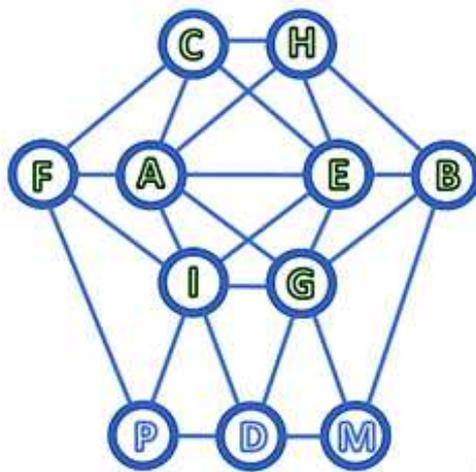
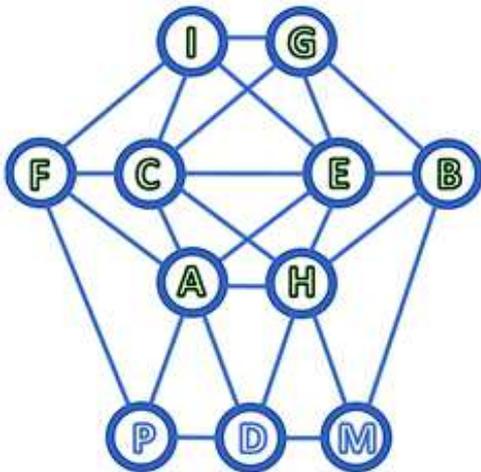
Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Marco zur Wahl?



Lösung zum Problem des Monats Oktober 2018

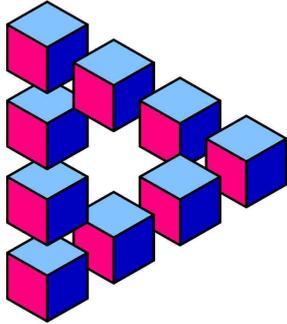
Buchstabenverteilung

Vier mögliche Lösungen sind hier abgebildet.



Ebenso können die Buchstaben auch spiegelbildlich zur vertikalen Achse durch D angeordnet werden, so dass sich insgesamt 8 Lösungsmöglichkeiten ergeben.

Hinweis zur Lösungsfindung: Nur die beiden mittleren Felder der Vierer-Reihe haben sechs Verbindungen zu den anderen relevanten Feldern. Somit passen in diese beiden Felder nur die Buchstaben A, C, E oder I. Wer also dort mit einer Kombination dieser vier „Rand“-Buchstaben beginnt, kommt einfacher zum Ziel.



Lösung zum Problem des Monats November 2018

Knack den Code

Es gibt **9** verschiedene Zahlen, die alle drei Bedingungen erfüllen.



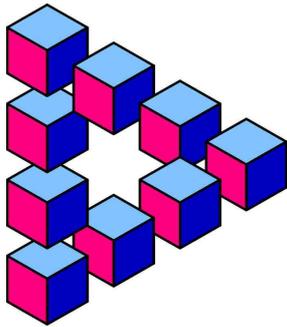
Erklärung:

Die gesuchte Zahl ist durch 5 teilbar. Daher muss die Endziffer 0 oder 5 sein. Allerdings fällt die 0 auf Grund des Querprodukts raus. Das Querprodukt einer Zahl, die die 0 enthält, ist gleich 0.

Für die vorderen Ziffern gilt damit:

Das Produkt ist 4 und die Summe 6.

Die einzigen Lösungen sind 114 und 1122 in allen möglichen Reihenfolgen.



Lösung zum Problem des Monats Dezember 2018

Weihnachtswaagen



Erklärung:

Wir führen die Abkürzungen

G = Geschenk, E = Eule, K = Kerze, A = Apfel
ein und schreiben für die Bilder jeweils Gleichungen (in der
Einheit Gramm).

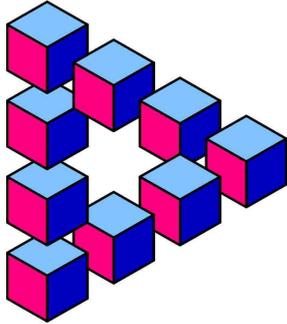
Nimmt man auf beiden Seiten einer Waage jeweils einen
gleichen Gegenstand weg, erhält man die vier vereinfach-
ten Gleichungen rechts.

$$\begin{aligned} 1E + 2K + 3G &= 1G + 1500 \\ 3E + 1K + 500 &= 1000 \\ 2E + 3K &= 1E + 1K + 500 \\ 1E + 1K + 4A &= 6A + 1K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1E + 2K + 2G &= 1500 \\ 3E + 1K &= 500 \\ 1E + 2K &= 500 \\ 1E &= 2A \end{aligned}$$

Aus den beiden mittleren
Informationen erhält man
 $1E = 100$ und $1K = 200$.
Danach erhält man aus der
ersten Gleichung das Gewicht
eines Geschenks und aus der
letzten das Gewicht eines Apfels.





Lösung zum Problem des Monats Januar 2019

Happy New Year

a) $(20 + 1999) \cdot (19 - 18) = 2019$
 $(20 + 653) \cdot (19 - 16) = 2019$

b) Aus der Produktzerlegung der Zahl 2019 ergeben sich die möglichen Lösungen.

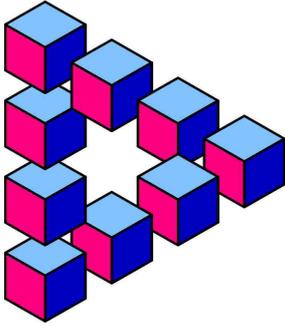
$$2019 = 2019 \cdot 1$$

$$2019 = 673 \cdot 3$$

Die Zahlen 673 und 3 sind Primzahlen, so dass keine weitere Zerlegung möglich ist.

Durch die Anordnung der Rechenzeichen in der Aufgabe sind Reihenfolge und Positionierung der Zahlen vorgegeben.

Happy New Year 2019

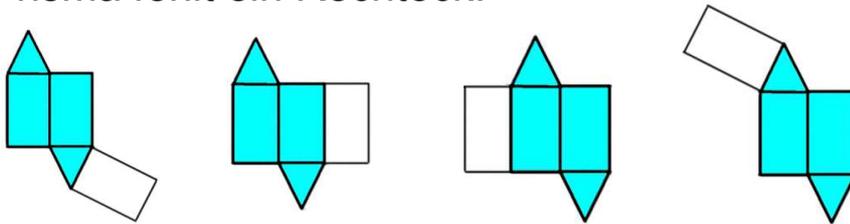


Lösung zum Problem des Monats Februar 2019

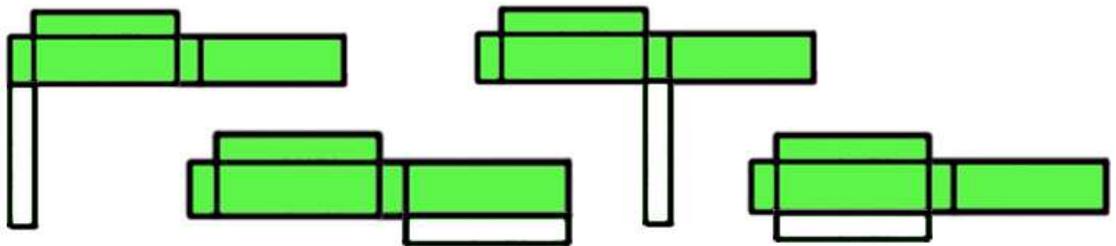
Unvollständig

Beim Würfel, beim Quader und beim Prisma gibt vier Möglichkeiten, die fehlende Fläche anzukleben, bei der Pyramide nur drei.

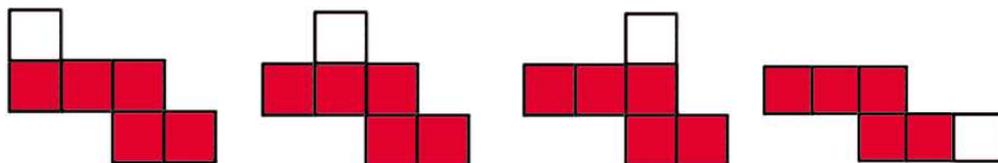
Beim Prisma fehlt ein Rechteck:



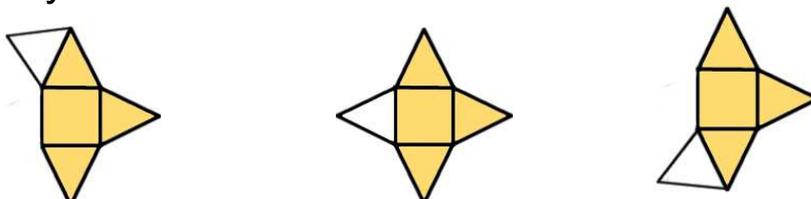
Auch beim Quader fehlt ein Rechteck:

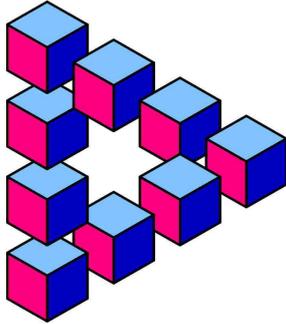


Beim Würfel fehlt natürlich ein Quadrat:



Bei der Pyramide fehlt eine Dreiecksfläche:



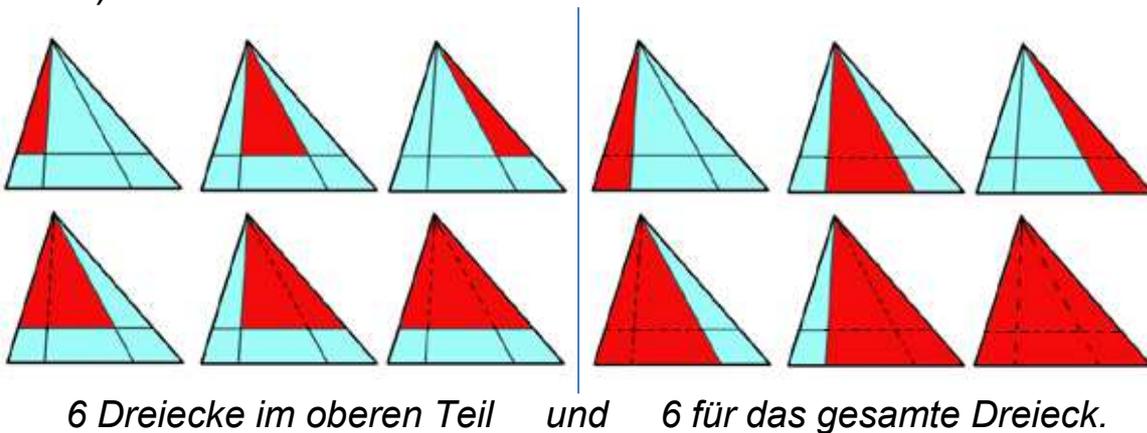


Lösung zum Problem des Monats März 2019

Dreiecksvielfalt

- a) Es sind insgesamt **12** Dreiecke vorhanden.
b) Es sind **105** Dreiecke zu entdecken.

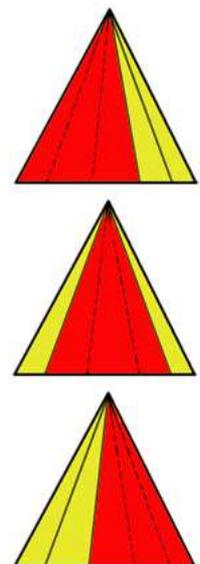
Erklärung:
zu a)

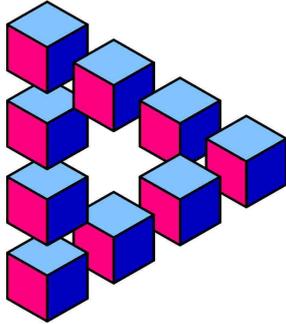


zu b) Die Darstellung zu a) liefert eine gute Strategie, geschickt die Dreiecke zu zählen: Zuerst betrachtet man die erste "Etage", also ein Dreieck ohne waagrechte Strecken. Dort findet man 5 Dreiecke, die aus einem Teildreieck bestehen, 4, die aus zwei Teildreiecken zusammengesetzt sind, die 3 rechts abgebildeten aus drei Teildreiecken, 2 aus vier Teildreiecken und eines aus fünf.

Das sind $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ Dreiecke.

Mit jeder weiteren "Etage", also einer weiteren waagrechten Strecke, kommen entsprechend 15 Dreiecke hinzu, so dass man bei 7 Etagen als Gesamtzahl $15 \cdot 7 = 105$ erhält.





Lösung zum Problem des Monats April 2019

Ein Ostereierspiel

- a) Opa gewinnt das Spiel, wenn er die Anzahl der gezogenen Eier pro Runde jeweils auf 6 ergänzt.
- b) Marco und Petra beginnen und gewinnen, wenn sie im ersten Zug 4 Eier nehmen und ab dann die Anzahl der gezogenen Eier pro Runde jeweils auf 5 ergänzen.

Erklärung

zu a)

Opa gewinnt das Spiel und damit alle Ostereier, wenn er logisch klug vorausdenkt: Nimmt er von den Eiern nach Petra und Marco jede Runde so viel weg, dass eine Eieranzahl bleibt, die ein Vielfaches von 6 ist, wird er gewinnen, denn $36 = 6 \cdot 6$.

Vor dem letzten Zug liegen dann für Petra und Marco noch genau 6 Eier im Korb, so dass Opa auf jeden Fall die letzten Eier nehmen darf.

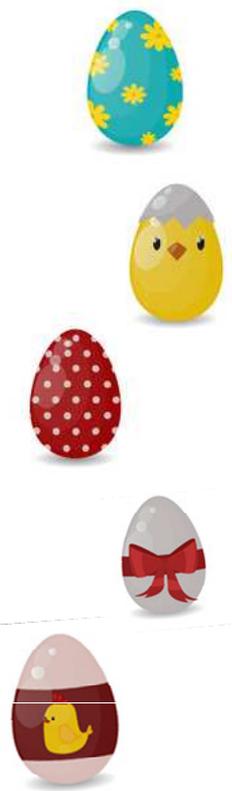
Spielbeispiel (Einheit in „Eier“):

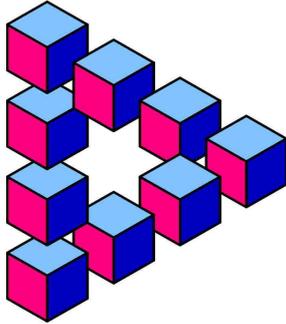
	M + P (zuerst)	Opa (ergänzt immer zu 6)	es bleiben
36	3	3	30
30	2	4	24
24	1	5	18
18	4	2	12
12	5	1	6
6	4	2	Opa gewinnt

zu b)

$$19 : 5 = 3 \text{ Rest } 4$$

Petra und Marco müssen anfangen und zunächst 4 Eier nehmen, so dass 15 Eier übrigbleiben. Wenn Opa nun zieht, müssen Petra und Marco die Anzahl der Eier zunächst auf 10 und anschließend auf 5 reduzieren.





Lösung zum Problem des Monats Mai 2019

Wasserstand

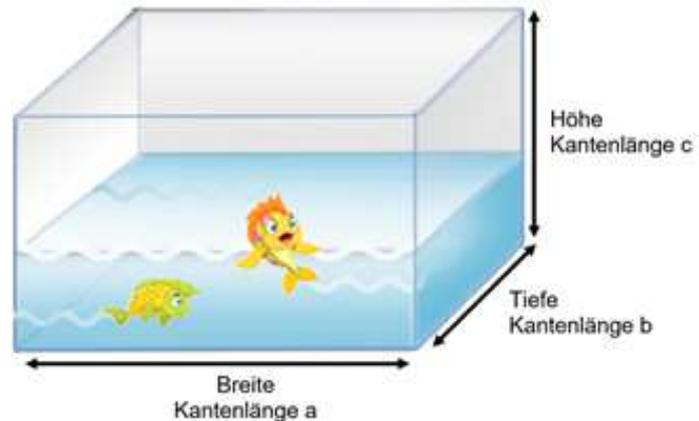
- a) Die Kanten des Quaders sind **15cm, 9cm und 6cm** lang.
b) Es fehlen noch **540cm³** zur vollständigen Befüllung.

Erklärung:

(alle Längenmaße in cm,
alle Volumenmaße in cm³)

Volumen eines Quaders:

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$$



zu a)



Die Aufgabenstellung gibt die Höhe des Wasserstandes in allen drei möglichen Lagen des Aquariums vor:

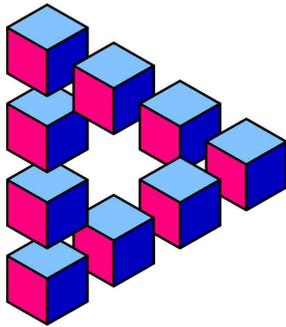
$$V_{\text{Wasser}} = a \cdot b \cdot 2 = a \cdot 3 \cdot c = 5 \cdot b \cdot c = 270$$

Zur Findung der Lösung hilft die Vereinfachung der Gleichungen und die passenden Primfaktorzerlegungen:

$$\left. \begin{array}{l} a \cdot b \cdot 2 = 270 \Leftrightarrow a \cdot b = 135 \\ a \cdot 3 \cdot c = 270 \Leftrightarrow a \cdot c = 90 \\ 5 \cdot b \cdot c = 270 \Leftrightarrow b \cdot c = 54 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \textcircled{3 \cdot 5} \cdot \textcircled{3 \cdot 3} \\ 90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \textcircled{3 \cdot 5} \cdot \textcircled{2 \cdot 3} \\ 54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \textcircled{3 \cdot 3} \cdot \textcircled{2 \cdot 3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 15 \\ b = 9 \\ c = 6 \end{array}$$

zu b)

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c = 15 \cdot 9 \cdot 6 = 810 \quad \text{und} \quad 810 - 270 = \mathbf{540}$$



Lösung zum Problem des Monats Juni 2019

1 Würfel, 3 Farben

a) 8 Würfel müssen auf genau 3 Seiten hellblau sein, 12 Würfel auf genau 2 Seiten, 6 Würfel dürfen nur auf einer Seite hellblau sein. Ein Würfel ist nur rot und dunkelblau gefärbt.

b) Die 27 Würfel können in folgender Weise gefärbt sein:

1 mal	R3	D3		
1 mal	R3		H3	
3 mal	R3	D2	H1	
3 mal	R3	D1	H2	
3 mal	R2	D3	H1	
6 mal	R2	D2	H2	
3 mal	R2	D1	H3	
3 mal	R1	D3	H2	
3 mal	R1	D2	H3	
1 mal		D3	H3	

Diese Lösung ist in gewisser Weise symmetrisch. Das heißt, vertauscht man hier alle R mit D oder alle D mit H oder alle R mit H, so erhält man exakt die gleiche Lösung.

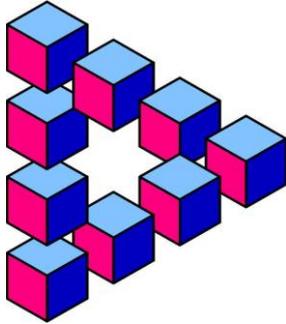
Es sind aber auch andere Lösungen möglich, zum Beispiel:

1 mal	R3	D3		
1 mal	R3		H3	
6 mal	R3	D2	H1	
6 mal	R2	D2	H2	
6 mal	R2	D1	H3	
6 mal	R1	D3	H2	
1 mal		D3	H3	

Durch Vertauschen der Farben erhält man hier weitere Lösungen.

Bemerkung: Unsere Abkürzungen geben noch nicht eindeutig an, wie man die Würfel färben muss. Färbt man z.B. den R3-H3-Würfel wie im Bild rechts oben, ist er nicht brauchbar, rechts unten ist eine korrekte Färbung dargestellt.





Lösung zum Problem des Monats Juli 2019

Frozen Yogurt

- a) Petra **schafft es** in den Sommerferien alle Varianten dieses Eisangebots durchzuprobieren.
b) Marco hat **84** verschiedene **Möglichkeiten** ein Eis zu bestellen.

Erklärungen

zu a)

Geschmacksrichtungen 3 Möglichkeiten

Soßen 2 Möglichkeiten

Toppings 5 Möglichkeiten

Jeden Tag darf jeweils eine der Möglichkeit gewählt werden.

Daraus ergeben sich $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$ Möglichkeiten.

Die Sommerferien dauern in Baden-Württemberg vom 27.7.-10.9.2019.

Das entspricht 46 Tagen und $46 > 30$.

zu b)

Geschmacksrichtungen 2 Möglichkeiten

Soßen 2 Möglichkeiten

(mit oder ohne Schoko-Soße)

Toppings 21 Möglichkeiten

(1 M. – kein Topping

5 M. – 1 Topping

10 M. – 2 verschiedene Toppings

5 M. – 2 gleiche Toppings)

Daraus ergeben sich

$2 \cdot 2 \cdot 21 = 84$ verschiedene

Möglichkeiten für Marco.

