DZLM Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik

Leibniz Gemeinschaft

IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik

Mathematische Verstehensgrundlagen sprachbewusst fördern

Verständig und sicher im Einmaleins und Einsdurcheins

Daniela Götze

daniela.goetze@uni-muenster.de

Aus der Reihe

Diagnose und Förderung von Verstehensgrundlagen

MaCo

Umfrage zum Warm-Up

Wie behandeln Sie das Einmaleins in Ihrer Klasse/mit Ihren Kindern?

Ich erarbeite…

a) ... alle Einmaleinsreihen der Reihe nach.

b) ... das Einmaleins über die Kernaufgaben/Königsaufgaben und über Ableitungsstrategien (z. B. 9mal ist 10mal minus 1mal).

c) ... das Einmaleins einfach so, wie es das Schulbuch vorgibt.

https://www.menti.com/av7hyswwt3

Gliederung

1. **Ansätze für nachhaltiges Lernen**
2. Multiplikation
3. Division
4. Fazit und Ausblick

Lehrkräftejobs und Prinzipien für nachhaltiges Lernen

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Was bedeutet es, Multiplikation und Division zu verstehen?

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Wie lässt sich feststellen, ob Lernende die Multiplikation und Division verstanden haben?
Was sind typische Schwierigkeiten?

Verstehensgrundlagen fördern

Wie lässt sich ein Verständnis von „mal“ und „geteilt“ erzeugen?

Was bedeutet das für die Erarbeitung der Multiplikation und Division?

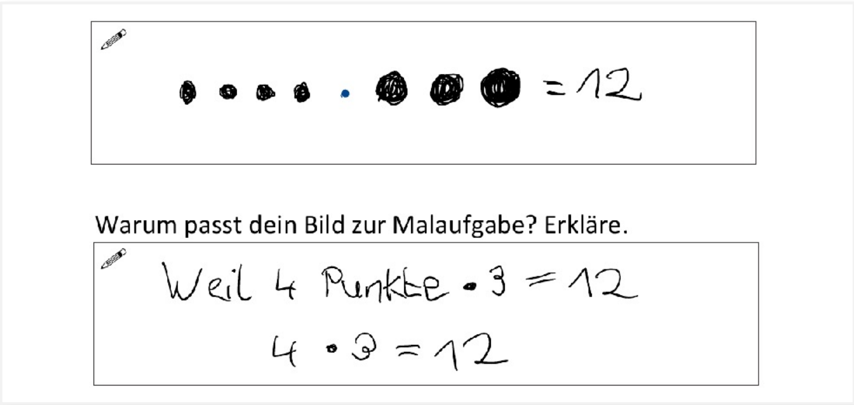
Prinzipien für nachhaltiges Lernen

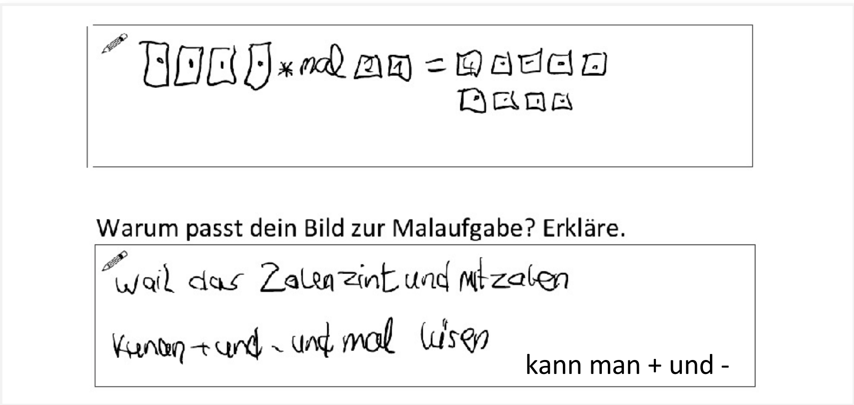
- Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit
- Verstehens-orientierung
- Diagnosegeleitetheit
- Kommunikations-förderung

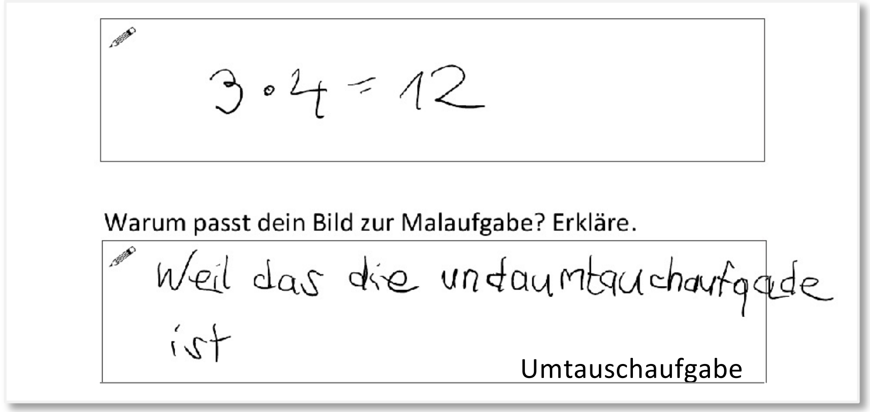
Gliederung

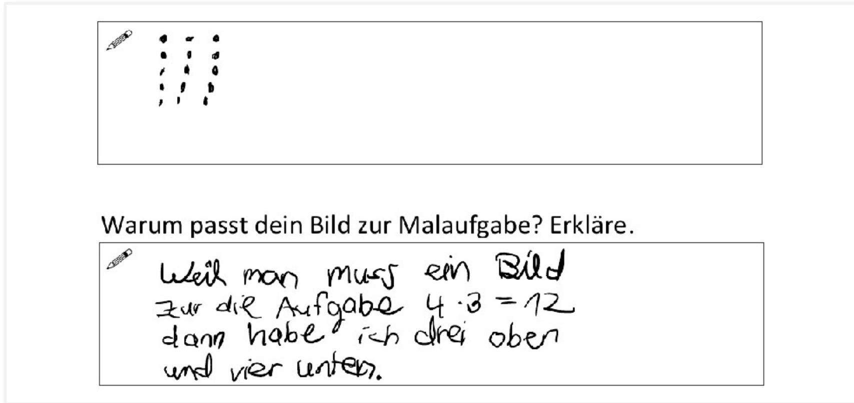
Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?







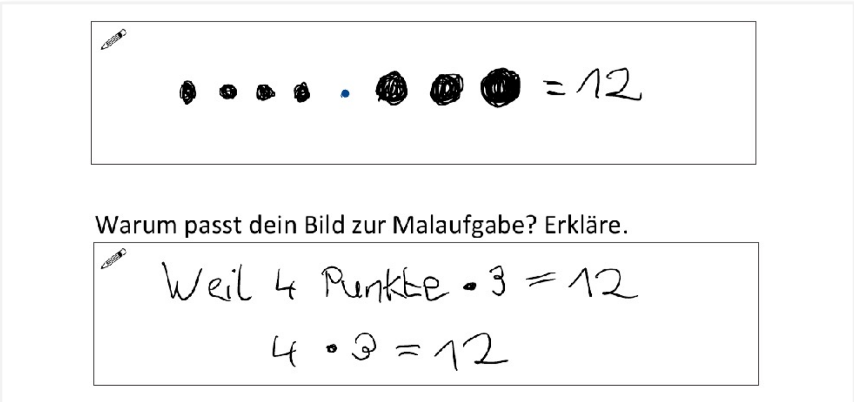


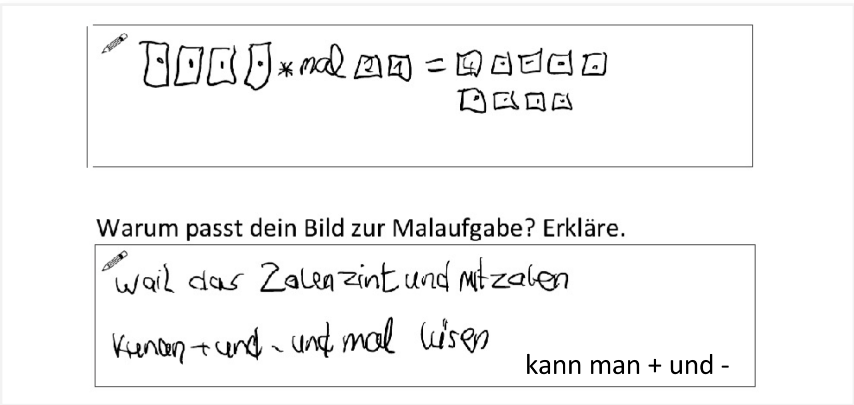
Betrachten Sie die vier Kinderdokumente: Inwiefern spiegeln sich in den gemalten Bildern aber auch in den Erklärungen der Kinder multiplikative Vorstellungen wider?

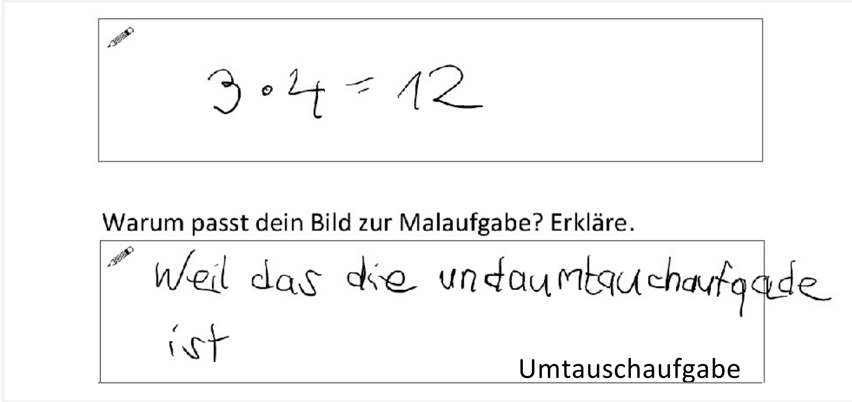
Baiker (in Vorb.)

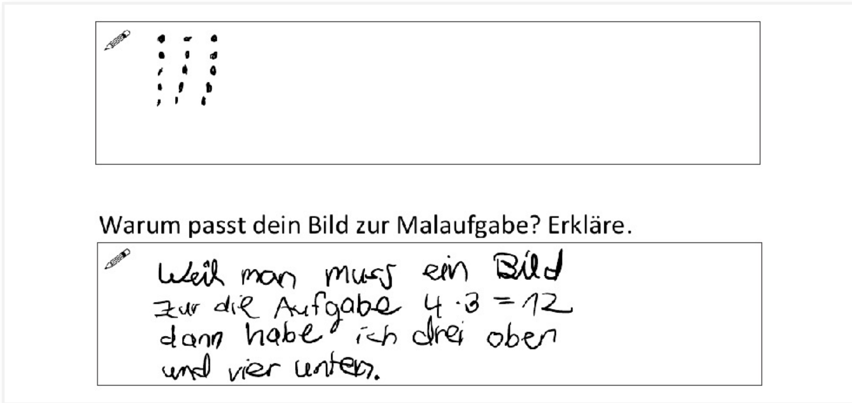
Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?









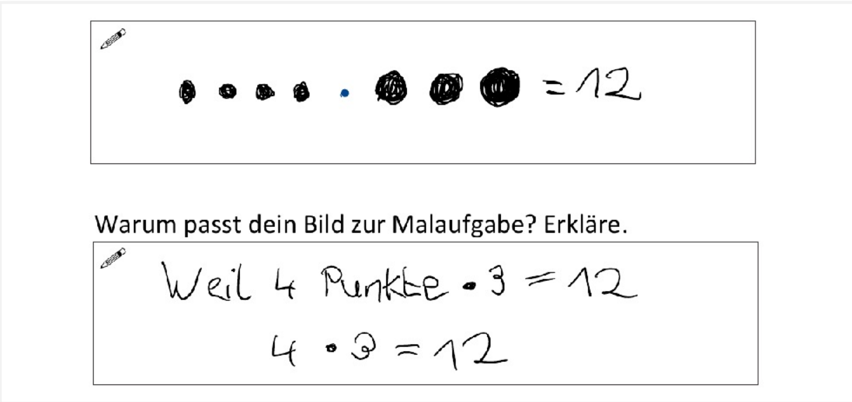
https://padlet.com/DGoetze/2wyuol4db7cktbd0

Baiker (in Vorb.)

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

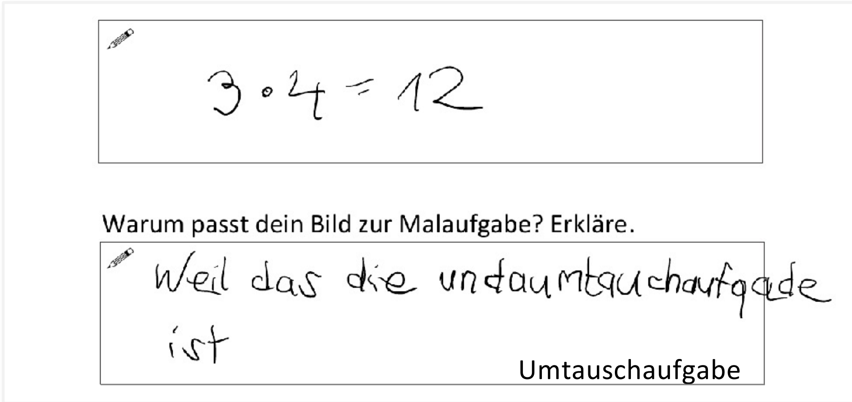
Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

Vermischung von Material und Symbolen.



Erklärungsansatz geht in die richtige Richtung. Die Erklärung passt aber nicht zum gezeichneten Bild.

Es wird kein Bild gezeichnet, sondern ein anderer passender Term notiert.



Kind fokussiert nur die symbolische Ebene (die Aufgaben passen zusammen).

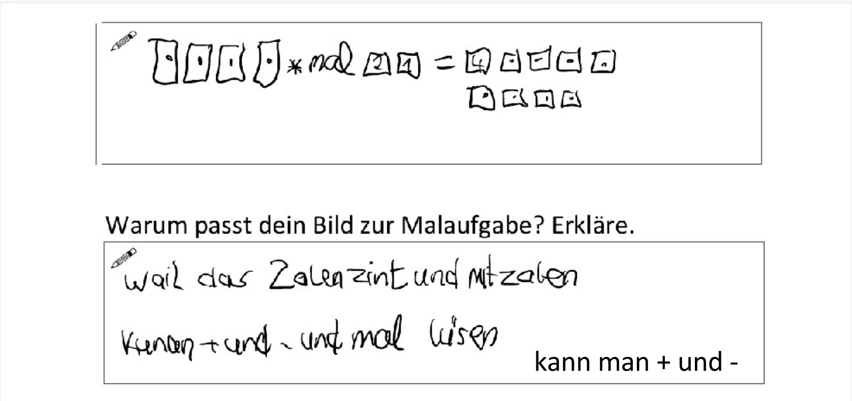
Baiker (in Vorb.)

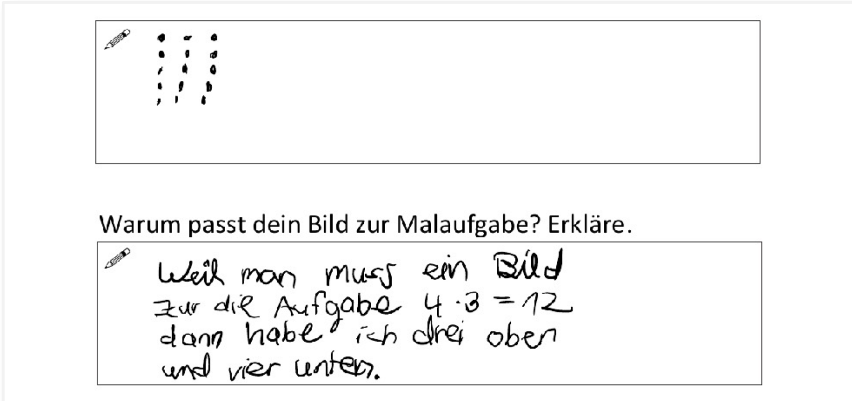
Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

Vermischung von Material und Symbolen.

Bild „erinnert“ an die Bilder aus dem Matheunterricht.





Erklärung fokussiert das Ausrechnen.

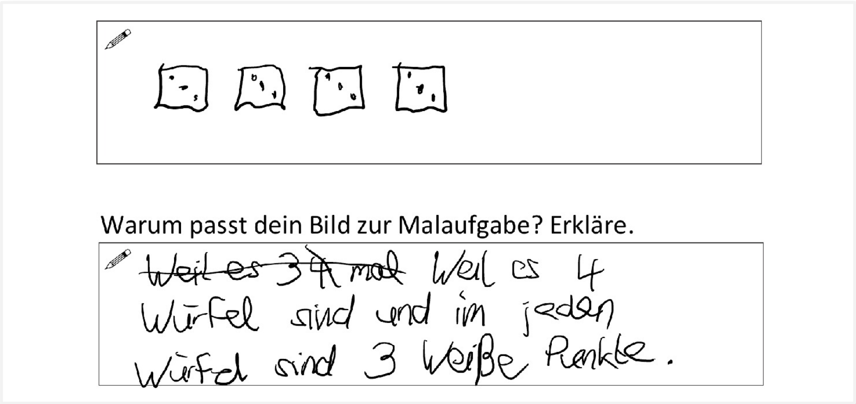
Für die Passung muss lediglich der äußere Rand des Rechtecks betrachtet werden.

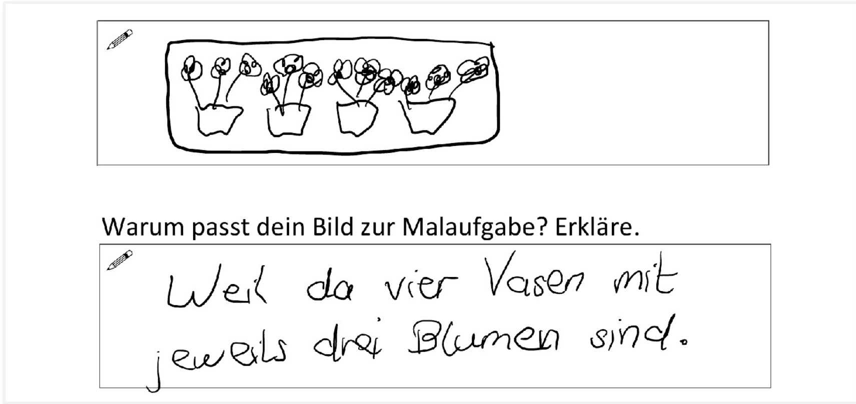
Baiker (in Vorb.)

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Was ist hier anders?

Welche Vorstellung von Multiplikation zeigen diese Kinder?





Die Kinder zeichnen nicht nur multiplikative Bilder,
sondern verdeutlichen, dass **gebündelte Einheiten** vervielfacht werden.

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Ein Großteil der schwächeren Kinder können eine Aufgabe wie $4 \cdot 3$ nicht mit Material zeigen, ein Bild dazu malen oder eine Rechengeschichte erfinden.

- Viele Kinder können das Fachwort „mal“ nicht mathematisch deuten.

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

- Bei nahezu jeder Aufgabe wird bei *einmal* begonnen zu zählen.

- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von $7 \cdot 5$ zu $7 \cdot 6$).

Gaidoschik, 2015; Gaidoschik et al., 2018; Moser Opitz, 2013; Schäfer, 2005

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Viele Kinder können das Fachwort „mal“ nicht mathematisch deuten.

Alltagssprache der Kinder

Heute schieße ich **mal** ein Tor!

Ein**mal** wollte ich mit meiner Freundin...

Du kannst mich **mal**!

Mathesprache im Klassenzimmer

3 **mal** 4 sind 12.

Die mathematische Deutung des Fachwortes „mal“ ist eine andere als die alltagssprachliche.

Illustrationen von Karolin Mosen

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

5 + 5
2 mal 5
$2 \cdot 5$

4 + 4 + 4
3 mal 4
$3 \cdot 4$

Darf ich die Multiplikation jetzt nicht mehr über die fortgesetzte Addition einführen?

Doch, aber wir müssen mit den Kindern die Verstehensgrundlagen erarbeiten, damit sie sich von additiven Vorstellungen lösen können.

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

Multiplikatives Denken in anderen Zahlbereichen

Additives Denken

$3 \cdot 4 =$
$4 + 4 + 4 =$
$8 + 4 =$
$10 + 2 = 12$

$\frac{1}{3} \cdot 4$ das ist ein Drittel von einem Vierer

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ das ist ein Drittel von einem Viertel

Die fortgesetzte Addition als dominante Vorstellung, lässt sich nicht auf die Multiplikation anderer Inhaltsbereiche übertragen.

Götze & Baiker, 2021

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Additives Denken

$3 \cdot 4 =$
$4 + 4 + 4 =$
$8 + 4 =$
$10 + 2 = 12$

Denken in (ganzen) Sprüngen/ Schritten

4, 8, 12
Immer ein Vierer weiter.

Multiplikatives Denken als ein Denken in Bündeln

$3 \cdot 4$
Das sind 3 Vierer, also 12.

Multiplikatives Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{1}{3} \cdot 4$ das ist ein Drittel von einem Vierer

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ das ist ein Drittel von einem Viertel

Das Zählen und Denken in gleich großen Gruppen ermöglicht langfristig ein Weiterlernen.

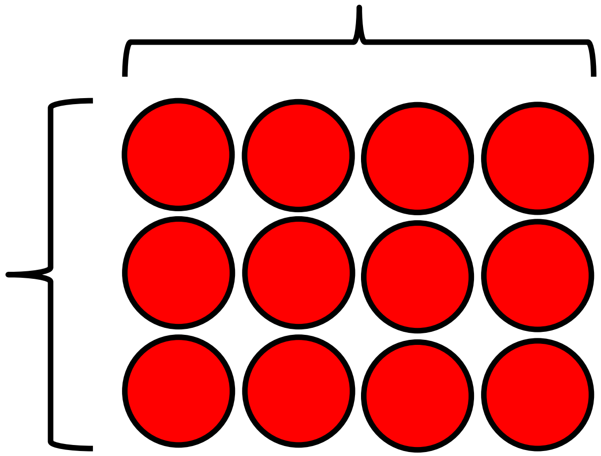
Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

Bei der Multiplikation haben die Zahlen im Term nicht die gleiche Bedeutung

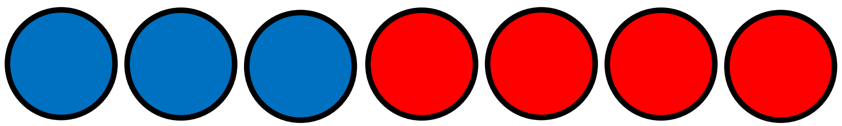
Multiplikand:
Wie viele in einer Gruppe/ Zeile?

Multiplikator:
Wie viele
Gruppen/ Zeilen?



$3 \cdot 4$
3 **mal** 4

Das ist bei der Addition, aus der sie hergeleitet wird, anders.
Hier repräsentieren der 1. und 2. Summand jeweils eine Menge:



$3 + 4$

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bei nahezu jeder Aufgabe wird bei *einmal* begonnen zu zählen.

Ilay und Nelli am Ende des 3. Schuljahres

$7 \cdot 5 =$
$7 \cdot 6 =$
$7 \cdot 7 =$
$7 \cdot 8 =$

Ilay	Das (zeigt auf 7·5) sind dann 35.
Nelli	Jetzt die (zeigt auf die Aufgabe 7·6).
Ilay	Das sind 14, 14, 28 ... (nimmt die Finger, streckt erst zwei Finger hoch, flüstert) 14, und dann 14 dazu, 28 (streckt nochmals zwei Finger hoch), nein, also ... (flüstert) ... 42 .
L.	Wie bist du denn jetzt auf die 42 gekommen?
Nelli	Ich habe 41. Das war nur eins zu wenig.

Für diese Lösung hat Ilay 50 Sekunden gebraucht.

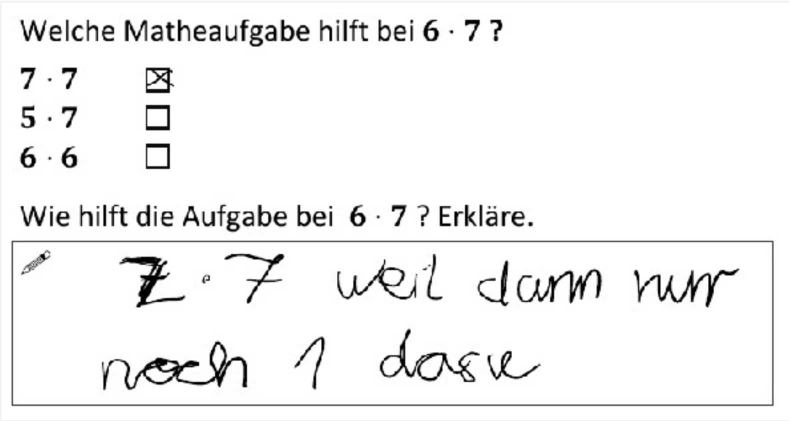
L.	Und wie geht es denn jetzt hier weiter? (zeigt auf die Aufgabe 7·7)
Ilay	Das sind dann ungefähr ... 48, nein, oder? (nimmt wieder die Finger und zählt von vorne)

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von 7·5 zu 7·6).

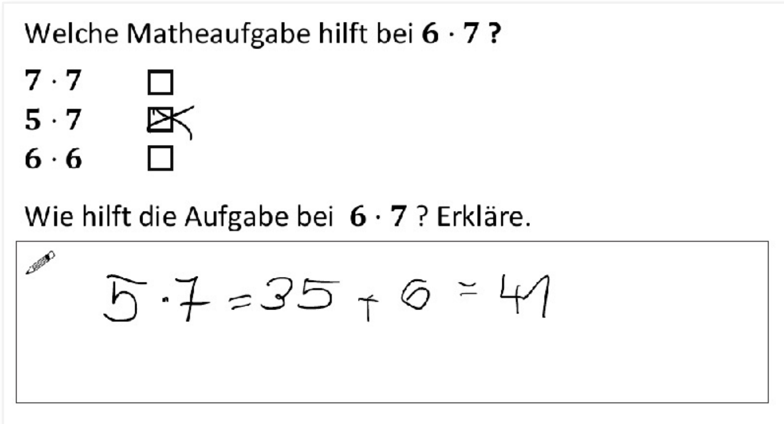
Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern


Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☒
5 · 7 ☐
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

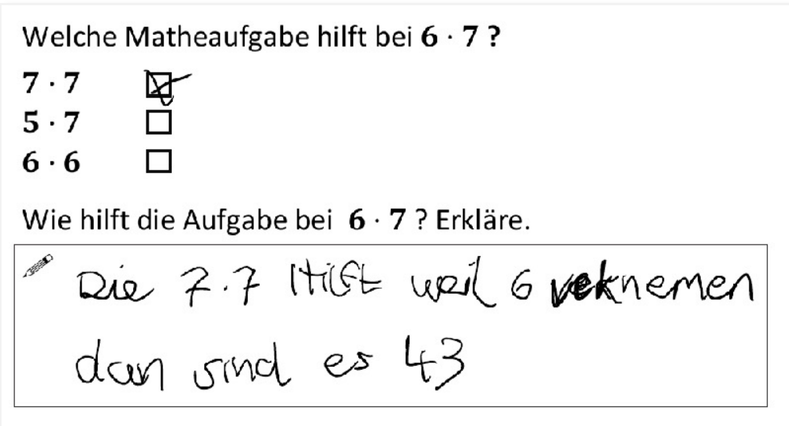
7 · 7 weil dann nur noch 1 dazu


Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☐
5 · 7 ☒
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

5 · 7 = 35 + 6 = 41


Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☒
5 · 7 ☐
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

Die 7 · 7 Hilft weil 6 veknemen dan sind es 43

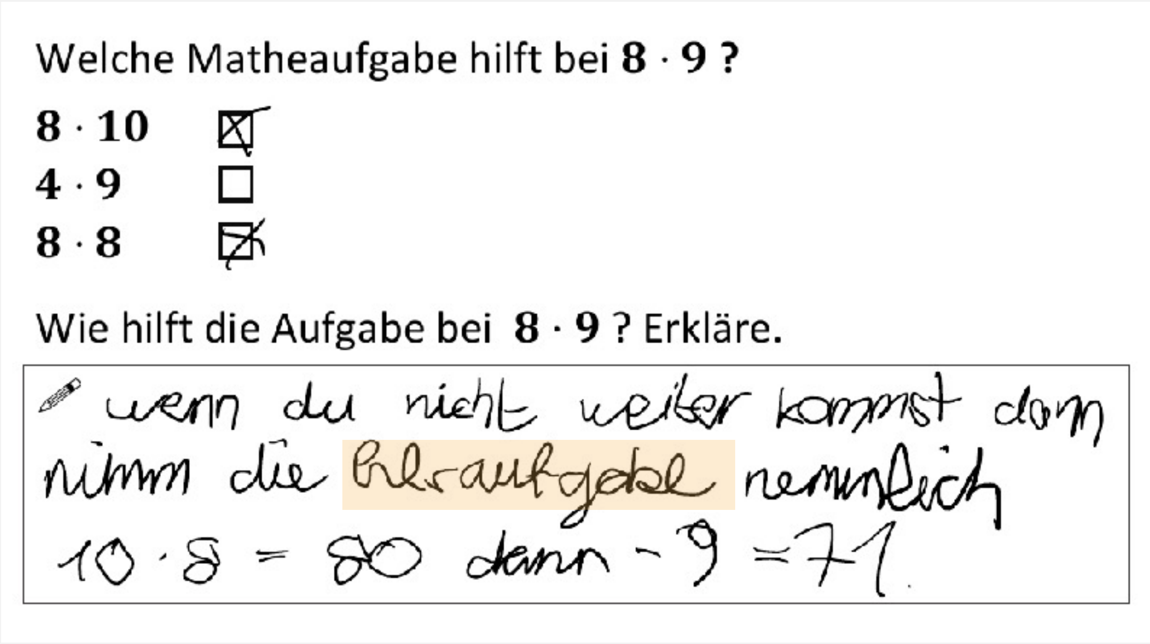
Große Unsicherheiten bei der Bestimmung des Unterschieds: Wie viele kommen eigentlich dazu?

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von 7·5 zu 7·6).

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern


Welche Matheaufgabe hilft bei $8 \cdot 9$?

$8 \cdot 10$ ☒
$4 \cdot 9$ ☐
$8 \cdot 8$ ☒

Wie hilft die Aufgabe bei $8 \cdot 9$? Erkläre.

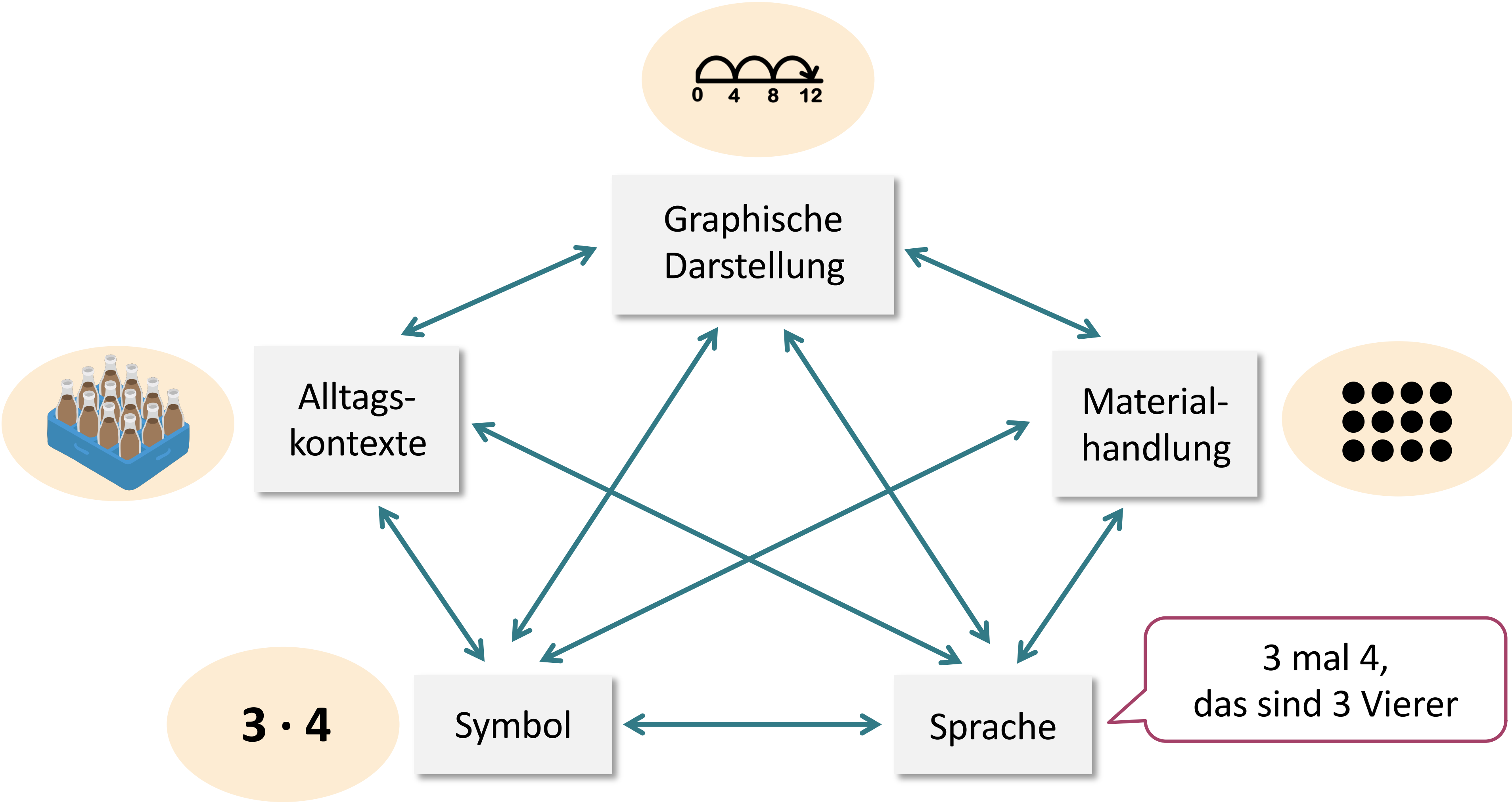
wenn du nicht weiter kommst dann nimm die Hlraufgabe nemmlich $10 \cdot 8 = 80$ dann $-9 = 71$.

Das Ableiten wird oftmals als „zu schwer“ für die mathematisch schwächeren Kinder empfunden. Wissenschaftliche Studien belegen aber, dass das Ableiten Vorteile gegenüber dem Auswendiglernen hat – vor allem bei schwächeren Kindern (vgl. z.B. Köhler, 2019).

Baiker (in Vorb.)

Gliederung

Verstehen fördern durch Darstellungsvernetzung



In allen Darstellungen wird das Denken in **gleich großen Gruppen** aktiviert.

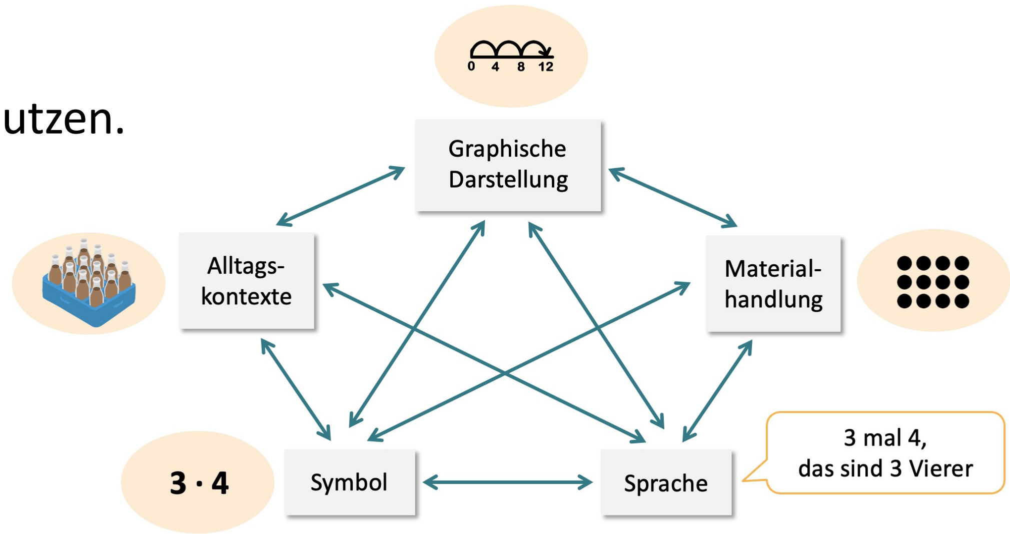
Illustrationen von Karolin Mosen

Darstellungsvernetzter Verständnisaufbau auf drei Ebenen

Ebene 1: Verständnis für „mal“ erzeugen.

Ebene 2: Einfache Aufgaben sichern.

Ebene 3: Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen.



Auf allen Ebenen werden die verschiedenen Darstellungen immer wieder miteinander vernetzt und dadurch mit Bedeutung gefüllt.

Oberstes Ziel: Mentale Vorstellungsbilder entwickeln und nutzen.
Wie sieht dein Bild zu 2·4 aus? Wie stellst du dir 2·4 vor?

Verständnis für „mal“ erzeugen

Was ist das Besondere an „mal“-Aufgaben?

Ich sehe eine Mal-Aufgabe, die ihr nicht seht. Ich sehe 2 mal 5, also 2 Fünfer. Wo im Bild sehe ich diese Aufgabe?

4 + 4 + 4
3 mal 4
$3 \cdot 4$

3 Reihen mit immer 4 Flaschen, also 3 Vierer

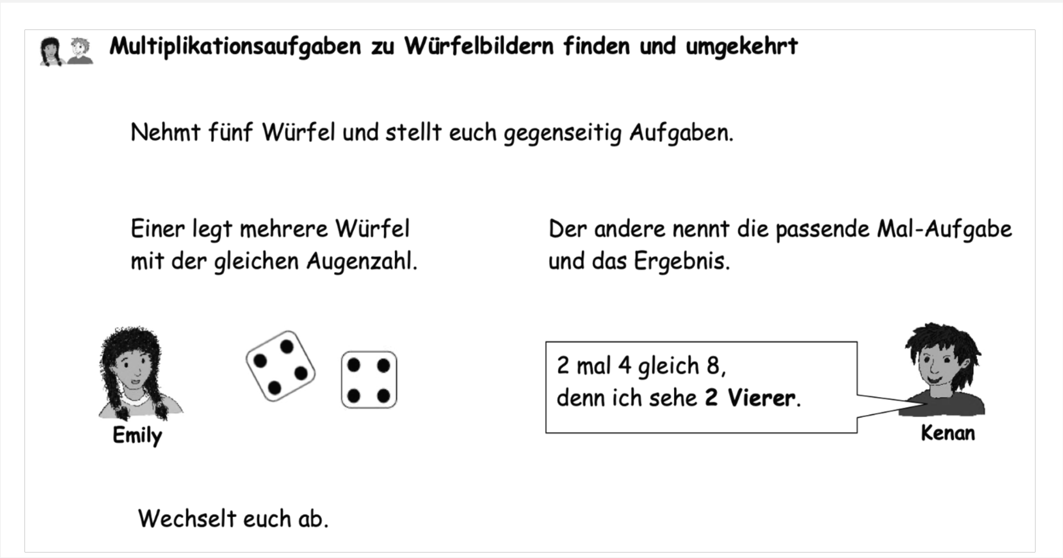
5 + 5
2 mal 5
$2 \cdot 5$

2 Reihen mit immer 5 Rollen, also 2 Fünfer

Anhand von Alltagsbildern die Bedeutung von „mal“ gemeinsam aushandeln.
Nicht nur Plusaufgaben suchen und Malaufgaben nennen, sondern Bedeutung klären.

Verständnis für „mal“ erzeugen

Würfelbilder



Multiplikationsaufgaben zu Würfelbildern finden und umgekehrt

Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Einer legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl.

Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

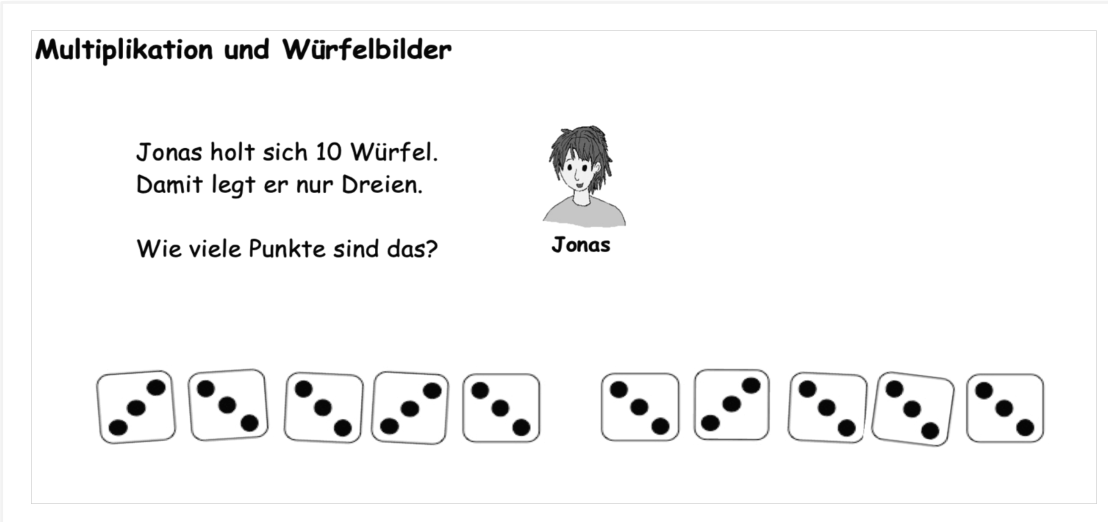
Emily

2 mal 4 gleich 8,
denn ich sehe **2 Vierer**.

Kenan

Wechselt euch ab.

Würfelbilder liefern automatisch die Sprache der gleich großen Gruppen.



Multiplikation und Würfelbilder

Jonas holt sich 10 Würfel.
Damit legt er nur Dreien.

Wie viele Punkte sind das?

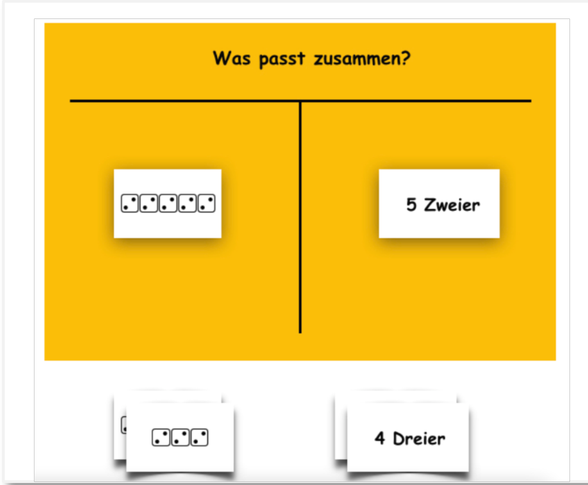
Jonas

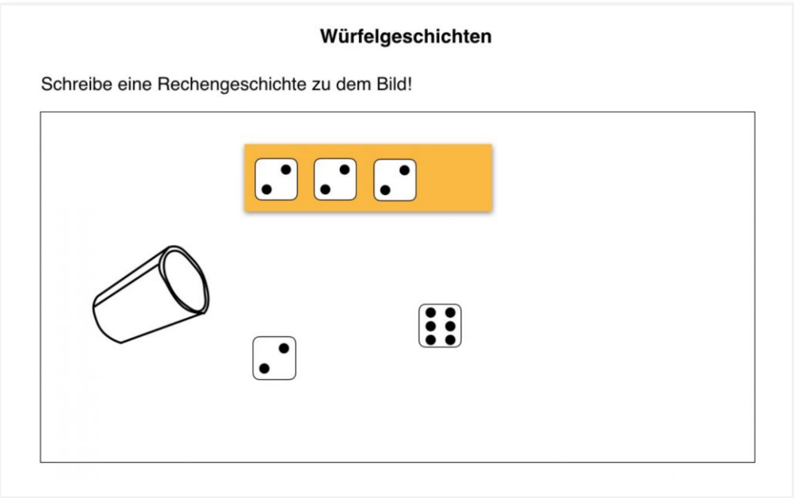
In Anlehnung an: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/510

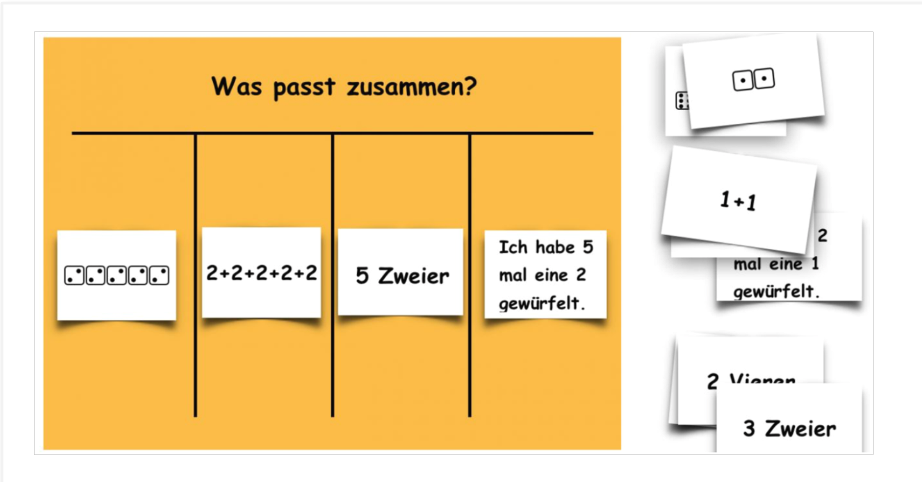
Verständnis für „mal“ erzeugen

Den Wechsel von verschiedenen Darstellungen bewusst anregen.

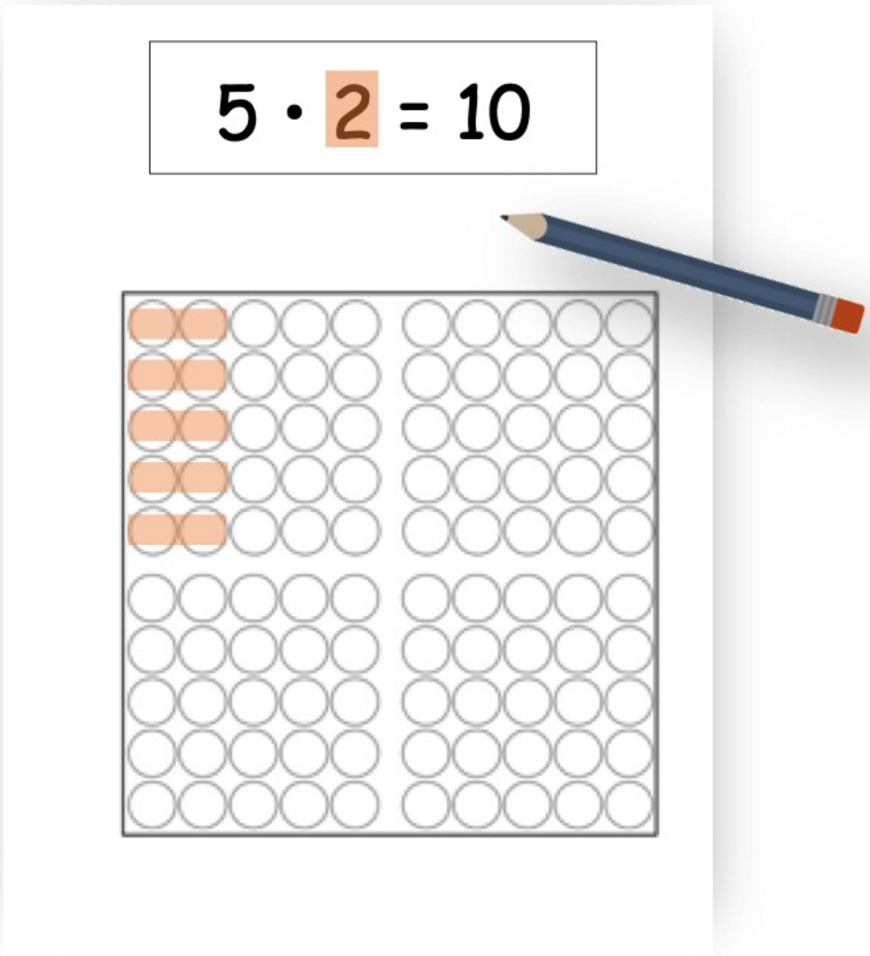
Mathe inklusiv mit PIKAS
Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik







Verständnis für „mal“ erzeugen



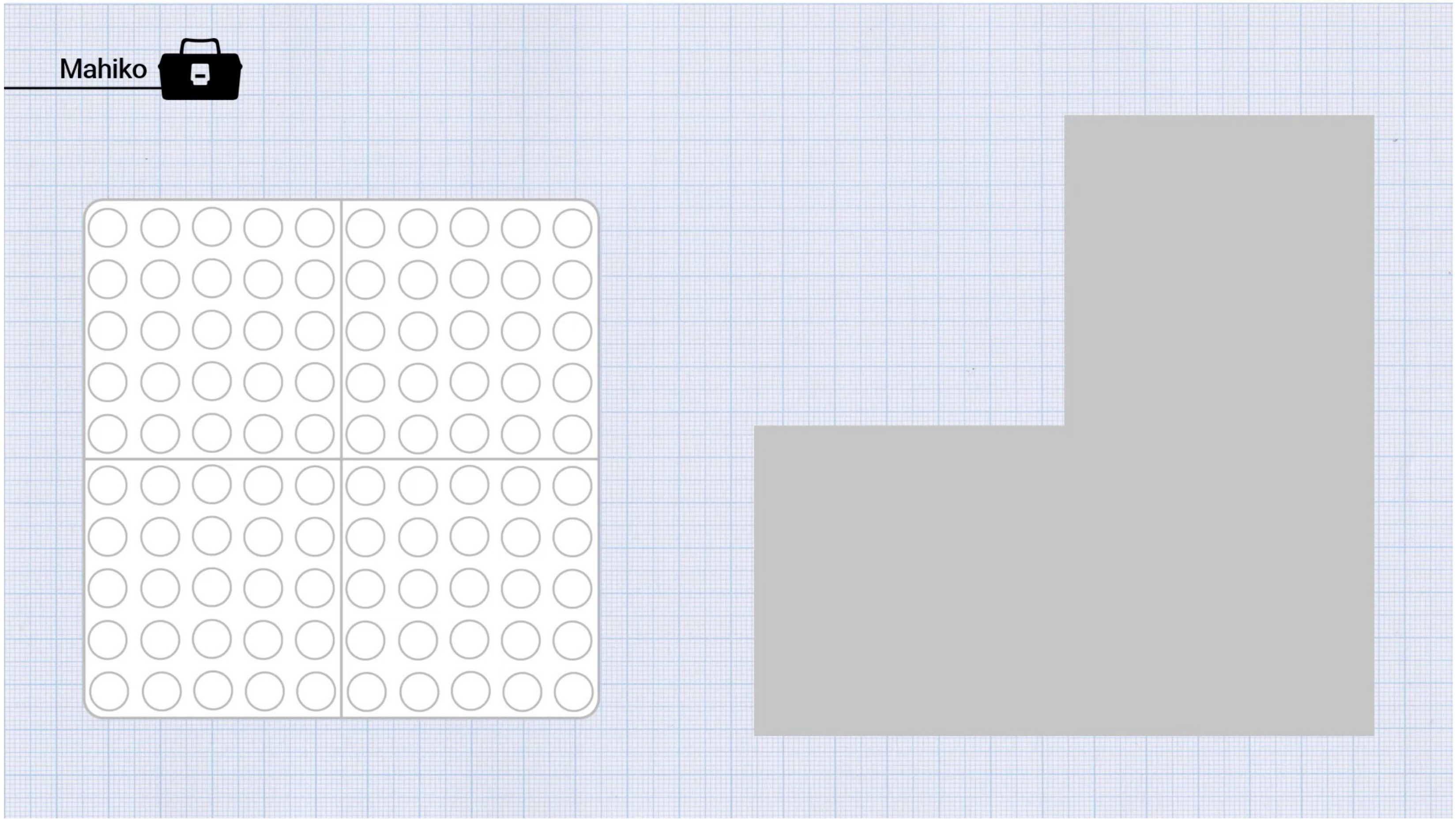
Auf dem Hunderterfeld
markiere ich 5 Zweier.
Insgesamt habe ich dann
10 Punkte markiert.

Die Sprache der Gruppen vernetzt
Punktebilder und Term.

Verständnis für „mal“ erzeugen – der Malwinkel

Aufgabe: Das Verständnis für „mal“ erzeugen

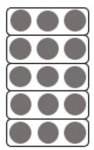
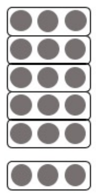
Achten Sie bei dem folgenden Video besonders darauf, wie das Verständnis für „mal“ anhand der verschiedenen Darstellungen expliziert wird.



https://mahiko.dzlm.de/node/281

Verständnis für „mal“ erzeugen – am Zahlenstrahl

Multiplikationsquartett

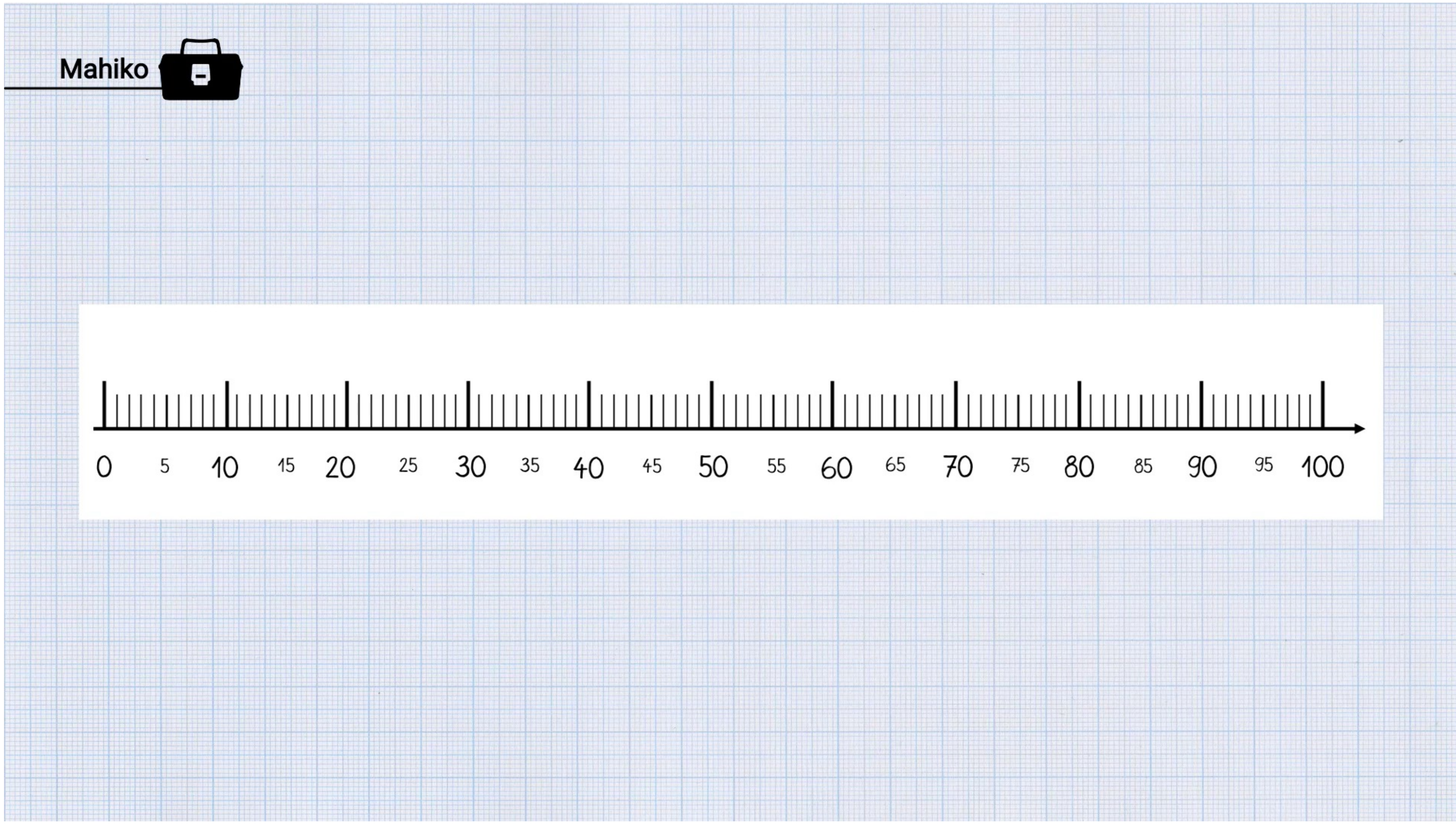
		5 Dreier	6 Dreier
$5 \cdot 3$	$6 \cdot 3$	15	18

Den Wechsel von verschiedenen Darstellungen bewusst anregen.

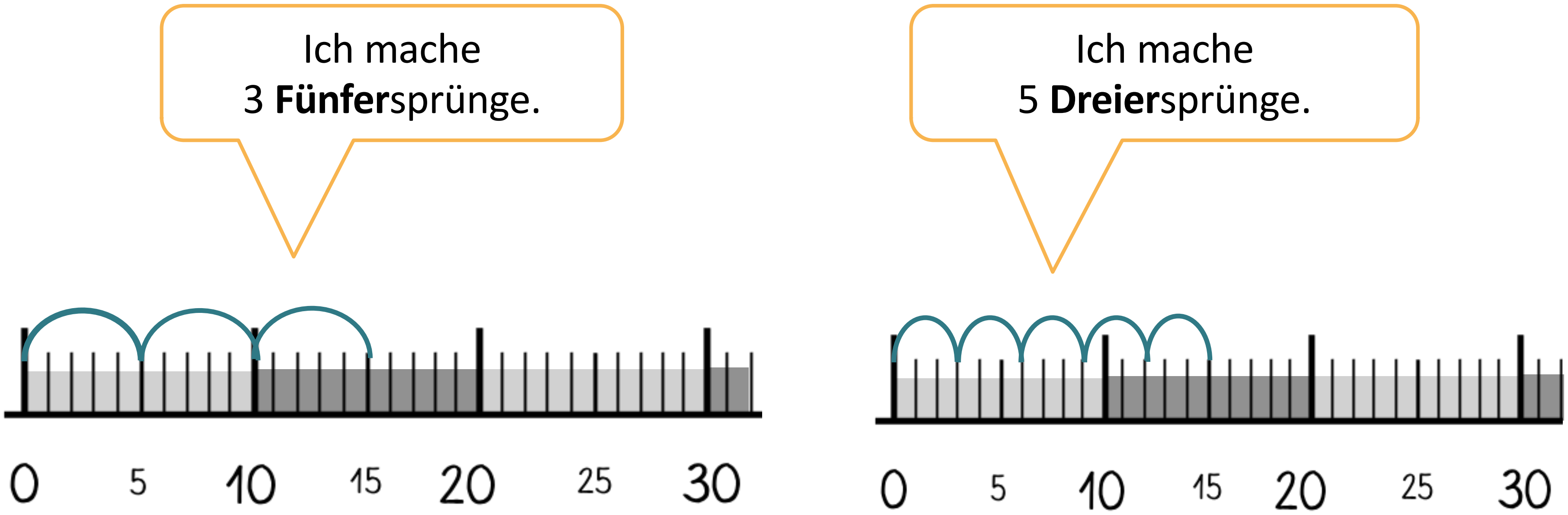
Verständnis für „mal“ erzeugen – am Zahlenstrahl

Aufgabe: Sprache beobachten

Achten Sie bei dem folgenden Video besonders darauf,
wie sich die Sprache durch die geänderte Darstellung verändert.

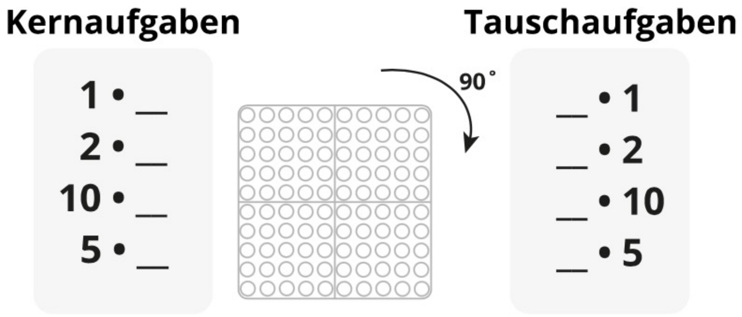


Verständnis für „mal“ erzeugen – am Zahlenstrahl



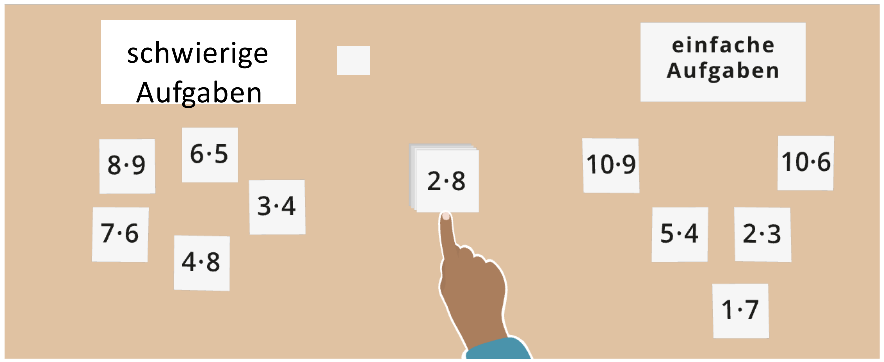
Wird die anschauliche Darstellung gewechselt, wechselt auch die Sprache.
Wird also am Zahlenstrahl gearbeitet, sind es die **Sprünge** gleicher Größe.

Einfache Aufgaben sichern



einfache Aufgaben:

Aufgaben mit 1, 2, 5 oder 10 als ersten und/oder zweiten Faktor



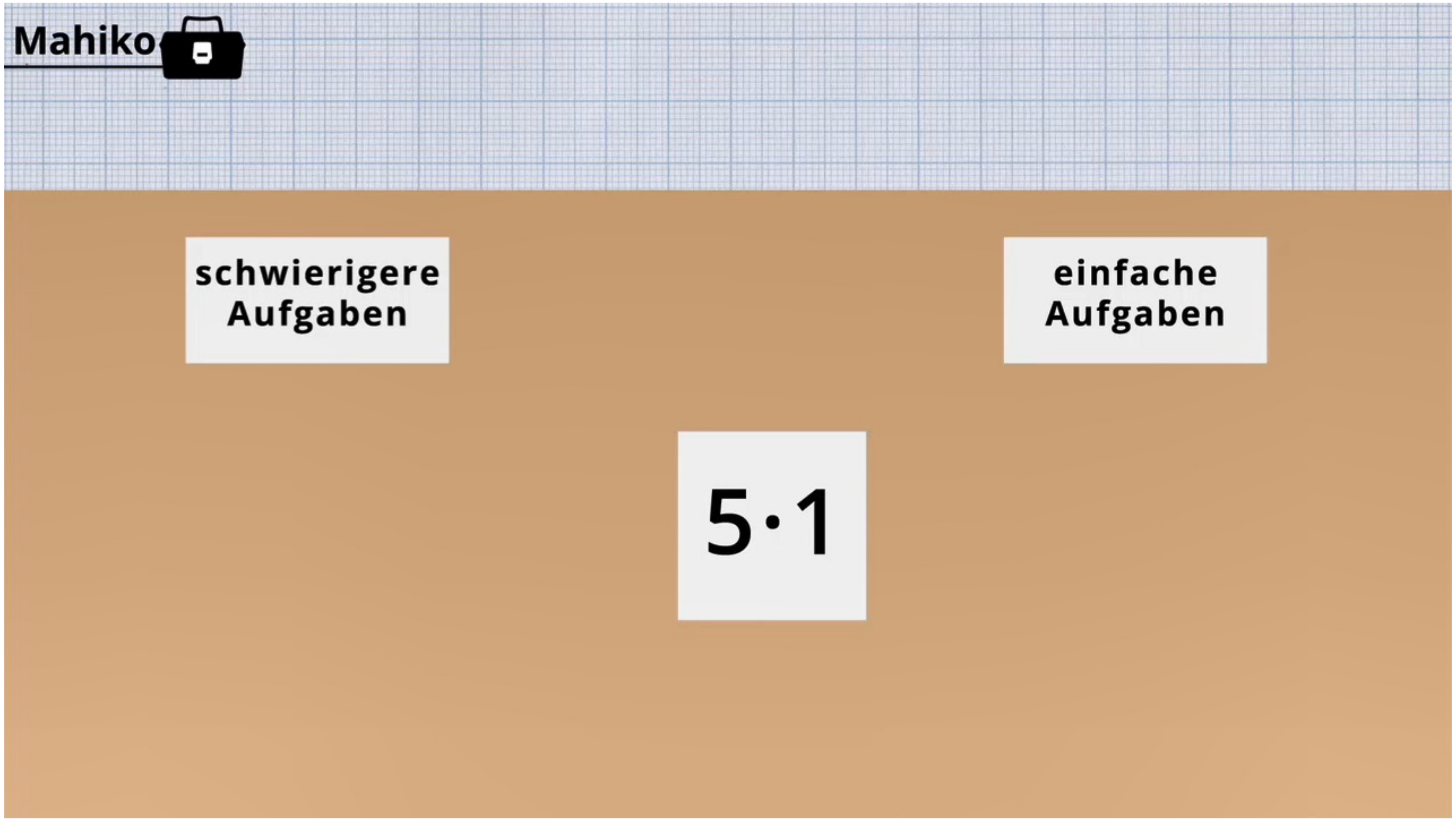
Vorteile des selbstständigen Sortierens:

Wenn Kinder die Einmaleins-aufgaben selbstständig nach einfach und schwierig sortieren, werden sie sich bewusst, dass und welche Aufgaben für sie einfach sind.

Einfache Aufgaben sichern

Aufgabe: Das Sortieren anregen

Achten Sie bei dem folgenden Video besonders darauf, wie die Kinder zum Sortieren der Einmaleinsaufgaben angeregt werden.



https://mahiko.dzlm.de/node/124

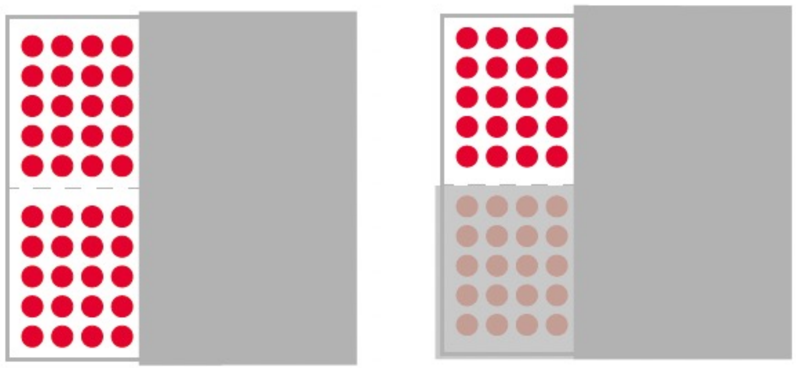
Einfache Aufgaben sichern

Um den Zusammenhang von Aufgaben zu erklären, hilft die Sprache der gleich großen Gruppen immens weiter.

10 mal 4,
das sind 10 Vierer,
also 40.

$10 \cdot 4 =$

$5 \cdot 4 =$



5 Vierer sind
die Hälfte von
10 Vierern.

Die Beschreibungen der Punktebilder adressieren direkt die zuvor gelegten Punktebilder. Sie helfen zu erinnern, wie Mal-Aufgaben zu denken sind.

Illustrationen von Karolin Mosen

Einfache Aufgaben sichern

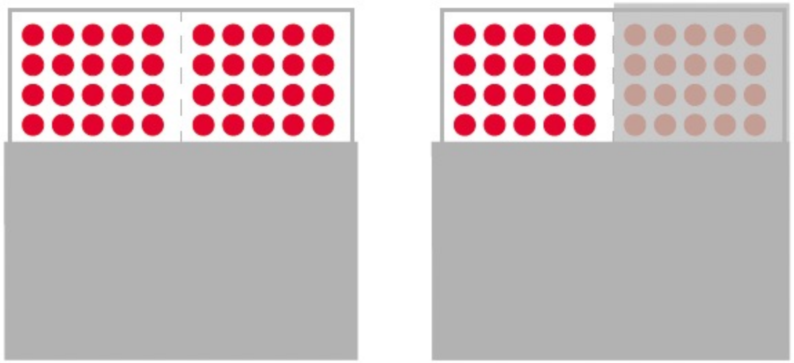
Das geht auch, wenn zwischen den Reihen gesprungen wird (hier: von der Zehnerreihe in die Fünferreihe).

4 mal 10,
das sind 4 Zehner,
also 40.

$4 \cdot 10 =$

$4 \cdot \ 5 =$

4 Fünfer sind
die Hälfte von
4 Zehnern.



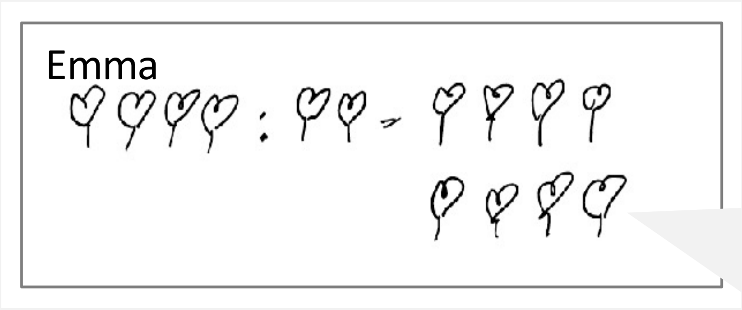
Illustrationen von Karolin Mosen

Gliederung

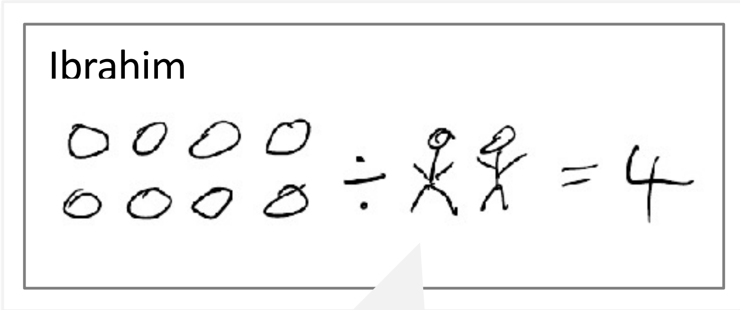
1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. Multiplikation
3. Division
   - Wie identifizieren wir Verständnisgrundlagen?
   - Wie diagnostizieren wir Verständnisgrundlagen?
   - Wie fördern wir verständnisorientiert?
4. Fazit und Ausblick

Division

Male ein Bild, das zur Aufgabe 8:2 = 4 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

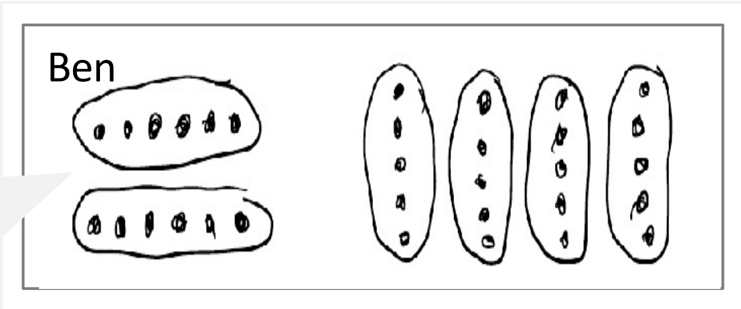


Vermischung von Material und Symbolen. Emma orientiert sich vermutlich eher an der Multiplikationsaufgabe 4·2=8 .



Vermischung von Material und Symbolen. Ibrahim scheint Gegenstände an zwei Personen verteilen zu wollen.

Ben malt Bilder, in denen durch 2 und durch 4 dividiert wird. Das Einkreisen verdeutlicht, dass er versucht, mit gleich großen Gruppen zu arbeiten.



Betrachten Sie die drei Kinderdokumente von Emma, Ibrahim und Ben:
Inwiefern spiegeln sich in den gemalten Bildern Vorstellungen zur Division wider?

„Teilen“ sollte den Kindern doch bekannt sein?

Alltagssprachliches „Teilen“ erfordert oftmals keinen Rückbezug zur Ausgangsmenge oder zur Teilmenge und ist häufig eher ungenau.

Alltagssprache der Kinder

Mathesprache im Klassenzimmer

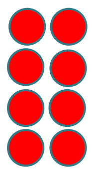
Illustrationen von Karolin Mosen

Komplexität der Grundvorstellungen zur Division

1. Aufteilen

8 : 2 = 4

- 8 Kekse und immer 2 in einer Tüte. Wie viele Tüten?
- Ich teile 8 Plättchen in Zweiergruppen. Wie viele Gruppen?

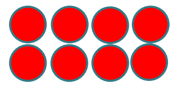


- Wie viele Zweiersprünge passen in 8?

→ 8 in lauter Zweier

2. Verteilen

- Wie teilen wir die 8 Kekse gerecht unter 2 Kindern?
- Ich teile 8 Plättchen in zwei Gruppen. Wie viele sind in jeder Gruppe?



- Wie groß sind die Sprünge, wenn ich in zwei Sprüngen die 8 erreichen will?

→ 8 in zwei gleich große Gruppen

3. Rückgriff auf die Multiplikation als die Umkehroperation

→ 2 Vierer sind 8 und 4 Zweier sind 8, also ist 8 geteilt durch 2 gleich 4.

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

Die Deutung der Division als „Finde die passende Malaufgabe“, lässt sich nicht auf andere Inhaltsbereiche übertragen.

Division als Umkehrung der Multiplikation

12 : 4 ist 3, denn 3 mal 4 sind 12.

Dividierendes Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ → Wie oft passt $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$?

4:3 → Wie oft passt ein Dreier in einen Vierer?

4:3 → Ich teile einen Vierer in 3 gleich große Teile. Wie groß ist jeder Teil?

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

Teilende Vorstellungen als „passen in“ oder als „einteilen/zerteilen“ sind auch für andere Inhaltsbereiche tragfähig.

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Division als Umkehrung der Multiplikation

12 : 4 ist 3, denn 3 mal 4 sind 12.

Entwicklung aufteilender und verteilender Vorstellungen

12 : 4 kann bedeuten:

- Wie viele Vierer passen in 12?
- 12 in 4 gleich große Gruppen/Teile einteilen.

Dividierendes Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ → Wie oft passt $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$?

4:3 → Wie oft passt ein Dreier in einen Vierer?

4:3 → Ich teile einen Vierer in 3 gleich große Teile. Wie groß ist jeder Teil?

Zum Verhältnis der Grundvorstellungen zur Division

8 : 2 = 4

1. Aufteilen

Wie viele Sprünge passen in ...?

2. Verteilen

Wie groß sind die Sprünge, wenn ich in ... Sprüngen die ... erreichen will?

3. Rückgriff auf die Multiplikation als die Umkehroperation

2 Vierer sind 8 und 4 Zweier sind 8, also ist 8 geteilt durch 2 gleich 4.

- Viele Kinder haben größere Probleme und weniger Vorerfahrungen mit aufteilenden Aufgabenstellungen.
- Im Alltag spielt das Verteilen eine größere Rolle (Karten, Geld, Bonbons ... Werden an Kinder verteilt).
- Aufteilen und der Rückgriff auf die Multiplikation sind sehr ähnlich zu denken und fördern das Verständnis der Division als Umkehroperation der Multiplikation.

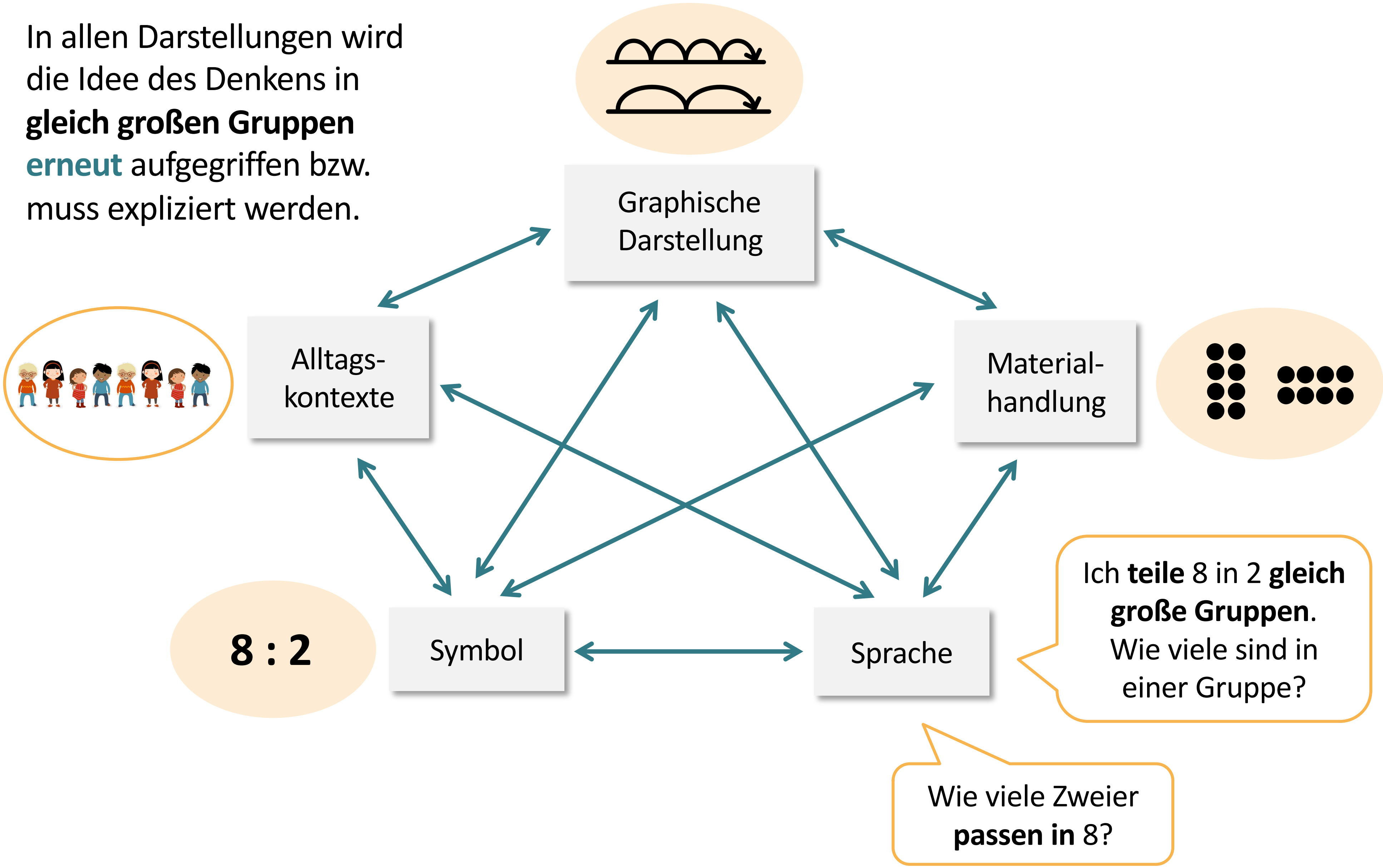
→ Aufteilende Vorstellungen müssen mehr bei der Erarbeitung des Einsdurcheins beachtet werden.

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. Multiplikation
3. **Division**
   - Wie identifizieren wir Verständnisgrundlagen?
   - Wie diagnostizieren wir Verständnisgrundlagen?
   - **Wie fördern wir verständnisorientiert?**
4. Fazit und Ausblick

Verstehen fördern durch Darstellungsvernetzung

In allen Darstellungen wird die Idee des Denkens in **gleich großen Gruppen** erneut aufgegriffen bzw. muss expliziert werden.



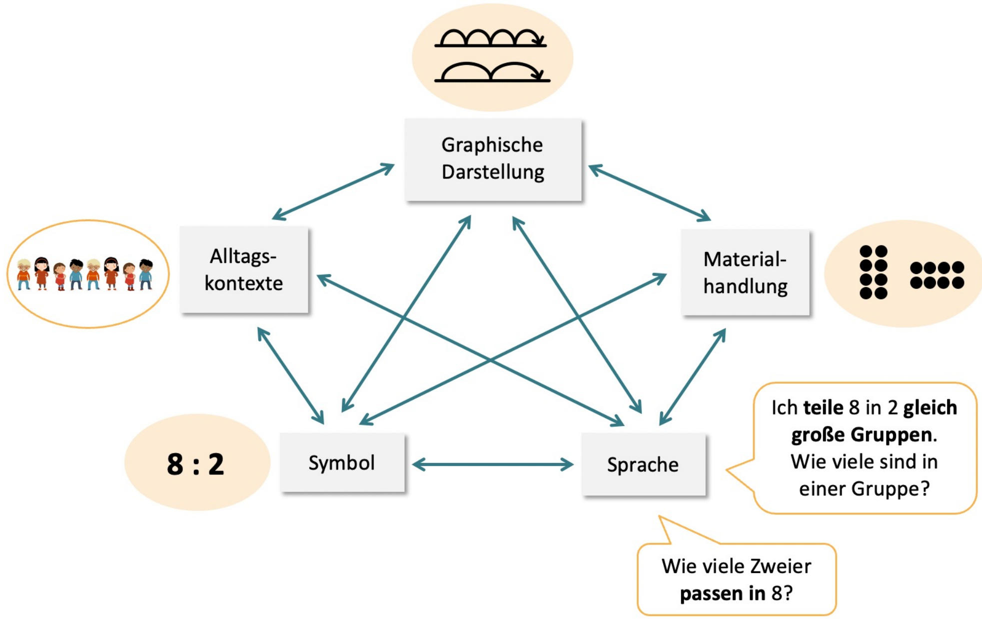
Illustrationen von Karolin Mosen

Darstellungsvernetzter Verständnisaufbau auf drei Ebenen

Ebene 1: Verständnis für „geteilt" erzeugen.

Ebene 2: Teilende Vorstellungen fokussieren (vor allem „passen in").

Ebene 3: Teilende und multiplikative Vorstellungen flexibel nutzen.



Auf allen Ebenen werden die verschiedenen Darstellungen immer wieder miteinander vernetzt und dadurch mit Bedeutung gefüllt.

Oberstes Ziel: Multiplikative Vorstellungen und auch teilende Vorstellungen entwickeln.

Verständnis für „geteilt“ erzeugen

Anregungen aus der Mathekartei von PIKAS

Beim Atomspiel sollen sich die Kinder nach Anweisung der Lehrkraft zu gleich großen Gruppen zusammenfinden. Anschließend werden zur Situation passende Divisionsaufgaben genannt:

Welche Aufgabe passt zu dem, was ihr gerade gemacht habt?

Verständnis für „geteilt“ erzeugen

Atomspiel vertiefen

Die Anweisungen im Spiel sollten gezielt variiert werden, um sowohl aufteilende (linke Sprechblase) als auch verteilende (rechte Sprechblase) Grundvorstellungen anzusprechen.

Illustrationen von Karolin Mosen

Verständnis für „geteilt“ erzeugen

Anregungen aus der Mathekartei von PIKAS

Vor-schule | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 | Kl. 4 | Operations-vorstellung

Quatschgeschichten

Ich erzähle euch heute etwas über Mathe. Manchmal erzähle ich aber auch Quatsch. Findet heraus, ob ich Quatsch erzähle oder nicht.

30 Kinder und drei Kinder setzen sich hin. Die Geteiltaufgabe ist 30:3.

Material:

Wir sind 28 Kinder, wir können Vierergruppen bilden. Dann sind es 7 Gruppen, denn 28 : 4 = 7.

Wir sind 28 Kinder, wir können vier Gruppen bilden. Dann sind es 7 Gruppen.

Die Lehrkraft erzählt Rechengeschichten zur Division.

Manche Geschichten sind aber falsch und damit Quatsch.

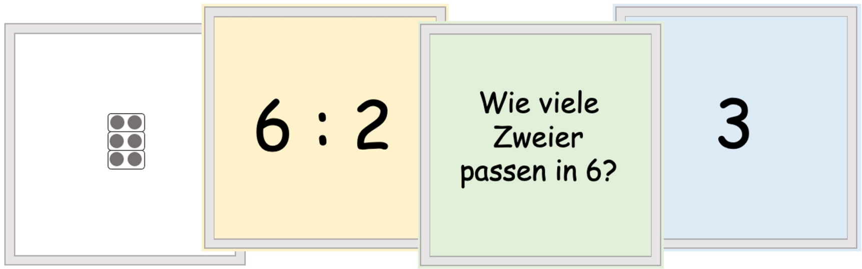
Die Kinder sagen nach einer kurzen Bedenkzeit, wie sie die Rechengeschichte einstufen.

Anschließend wird gemeinsam geklärt, warum diese Geschichte eine oder auch keine Divisionsgeschichte ist.

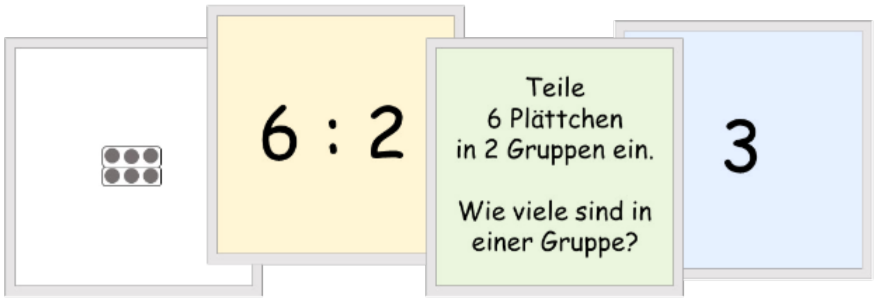
Teilende Vorstellungen fokussieren

Quartett zur Division

Geteiltquartett: Aufteilen



Geteiltquartett: Verteilen



- Das Geteiltquartett gibt es in zwei Varianten: Aufteilen und Verteilen dienen der gezielten Übung **einer** teilenden Grundvorstellung.
- Es kann ebenso als Trio gespielt werden (Punktebild, Term und Beschreibung).
- Die Ergebniskarte unterstützt zudem das Ausrechnen.

In Anlehnung an https://pikas-mi.dzlm.de/node/605

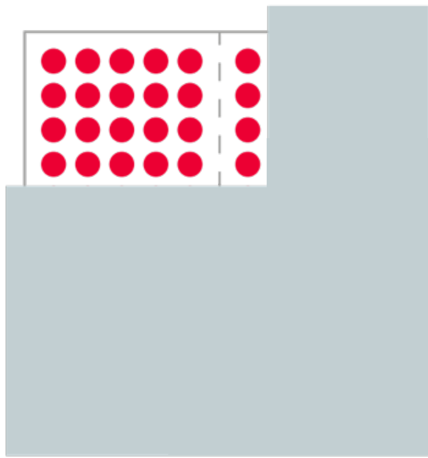
Teilende und multiplikative Vorstellungen parallel thematisieren

Verschiedene Aufgaben in Punktebildern erkennen

24 geteilt durch 6.
Wie viele Sechser **passen in** 24 Plättchen?

$24 : 6 = \_\_$

$\_\_ \cdot 6 = 24$



Ich denke an die Umkehraufgabe. Immer Sechser. Wie viele Sechser sind zusammen 24?
4 mal 6 gleich 24.

Ich **teile** 24 Plättchen in 6 Gruppen **ein**.
Dann sind immer 4 in einer Gruppe.

Illustrationen von Karolin Mosen

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. Multiplikation
3. Division
4. **Fazit und Ausblick**

Prinzipien für nachhaltiges Lernen – ein Fazit

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Verstehensgrundlagen fördern

- Klären Sie gemeinsam mit den Kindern, was „mal“ und „geteilt“ bedeuten.
- Dieses Verständnis ist langfristig tragbar und fortführbar.
- Zentral ist, immer wieder an die Bilder der Materialien zu erinnern (mental oder auch real).
- Können die Kinder ableiten, können sie sich das Ergebnis jeder vergessenen Aufgabe wieder herleiten.

Prinzipien für nachhaltiges Lernen

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Verstehens-orientierung

Diagnosegeleitetheit

Kommunikations-förderung

Take-Home-Messages

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Verstehensgrundlagen fördern

- Ich greife verschiedene Vorstellungen und Situationen zur Multiplikation auf und berücksichtige dabei unterschiedliche multiplikative Strukturen.
- Ich initiiere kontinuierlich die Vernetzung von Darstellungen und den Austausch darüber, um Bilder zur Multiplikation im Kopf der Kinder aktiv zu halten.
- Ich thematisiere Beziehungen und Strukturen der Multiplikation und rege die Kinder an, diese zu nutzen, um sicher im Einmaleins zu werden.
- Ich verwende die Gruppensprache der Multiplikation, um das Verständnis der Operation sprachlich zu begleiten und zu fundieren.

Prinzipien für nachhaltiges Lernen

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Verstehensorientierung

Diagnosegeleitetheit

Kommunikationsförderung

Quellen

- Baiker, A. (in Vorbereitung). Multiplikatives Denken bei Grundschulkindern. Quantitative und qualitative Analyse zentraler Verstehensgrundlagen. TU Dortmund.
- Gaidoschik, M. (2015). Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten. Seelze: Klett, Kallmeyer.
- Gaidoschik, M., Deweis, K. M., & Guggenbichler, S. (2018). Do lowerachieving children profit from derived facts-based teaching of basic multiplication: Findings from a design research study. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), Proceedings of the tenth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (S. 346–353). Dublin: DCU Institute of Education and ERME.
- Götze, D., & Baiker, A. (2021). Language-responsive support for multiplicative thinking as unitizing: results of an intervention study in the second grade. *ZDM Mathematics Education* 53, 263–275.
- Moser Opitz, E. (2013). Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern: Haupt.
- Schäfer, J. (2005). Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen und Wahrnehmungsleistungen. Eine empirische Studie. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!