



Entdecken, vertiefen und differenzieren –

Produktive Übungsaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule

5. Rechne aus. Setze fort.

1. $320 + 14 = 334$

2. $321 + 16 = 337$

3. $322 + 18 = 340$

4. $323 + 20 = 343$

5. $324 + 22 = 346$

7. $326 + 26 = 352$

15. $328 + 48 = 376$

a) Beschreibe: Was fällt dir auf?

das ergebnis erhöht sich
immer um 3

b) Begründe: Warum ist das so?

weil bei der forder
zahl immer 1 da 24 kommt
un d bei der 2 immer 2 da 24 kommt

Impulsreferat

Stuttgart, den 05.06.2014



Graue Päckchen

Mathe
-buch

Mathematik / Grundrechenarten

Matheaufgaben für die 1. Klasse: Addition bis 20

Summand + Summand = Summe

①

$13 + 3 = \underline{\quad}$	$11 + 7 = \underline{\quad}$	$13 + 1 = \underline{\quad}$
$16 + 2 = \underline{\quad}$	$15 + 1 = \underline{\quad}$	$10 + 5 = \underline{\quad}$
$15 + 2 = \underline{\quad}$	$11 + 5 = \underline{\quad}$	$12 + 4 = \underline{\quad}$
$10 + 8 = \underline{\quad}$	$11 + 2 = \underline{\quad}$	$14 + 3 = \underline{\quad}$
$14 + 5 = \underline{\quad}$	$10 + 4 = \underline{\quad}$	$10 + 6 = \underline{\quad}$

→ Welche **Ziele** werden damit verfolgt?

→ Welches **Konzept** von Mathematiklernen steckt dahinter?

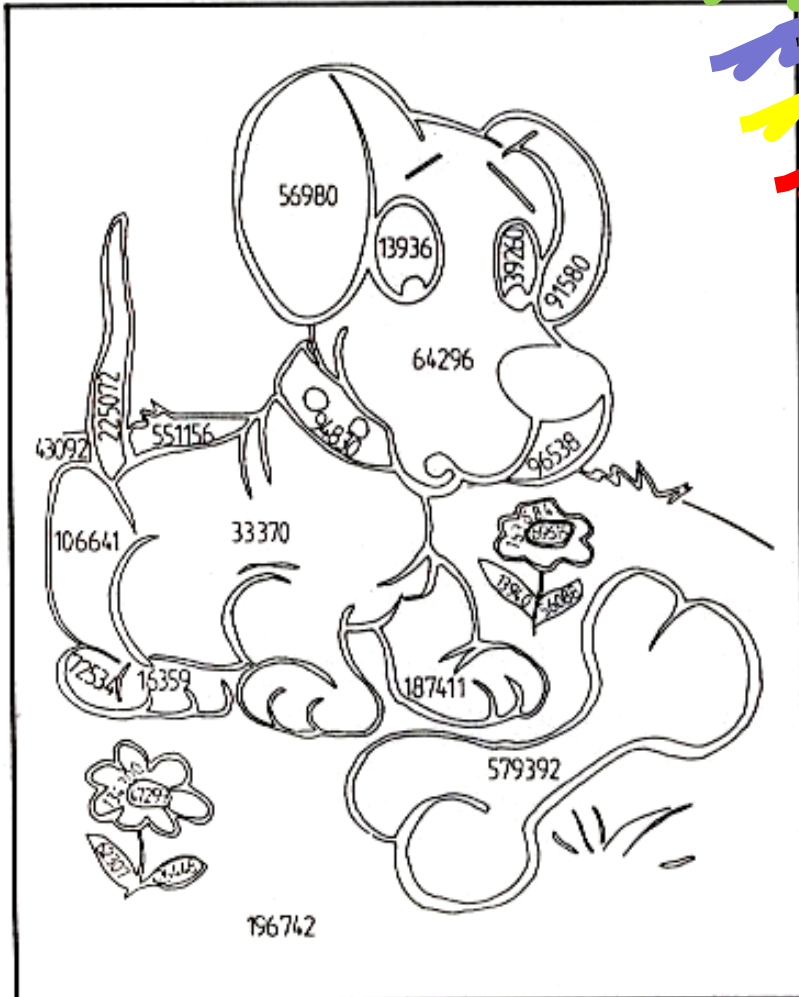


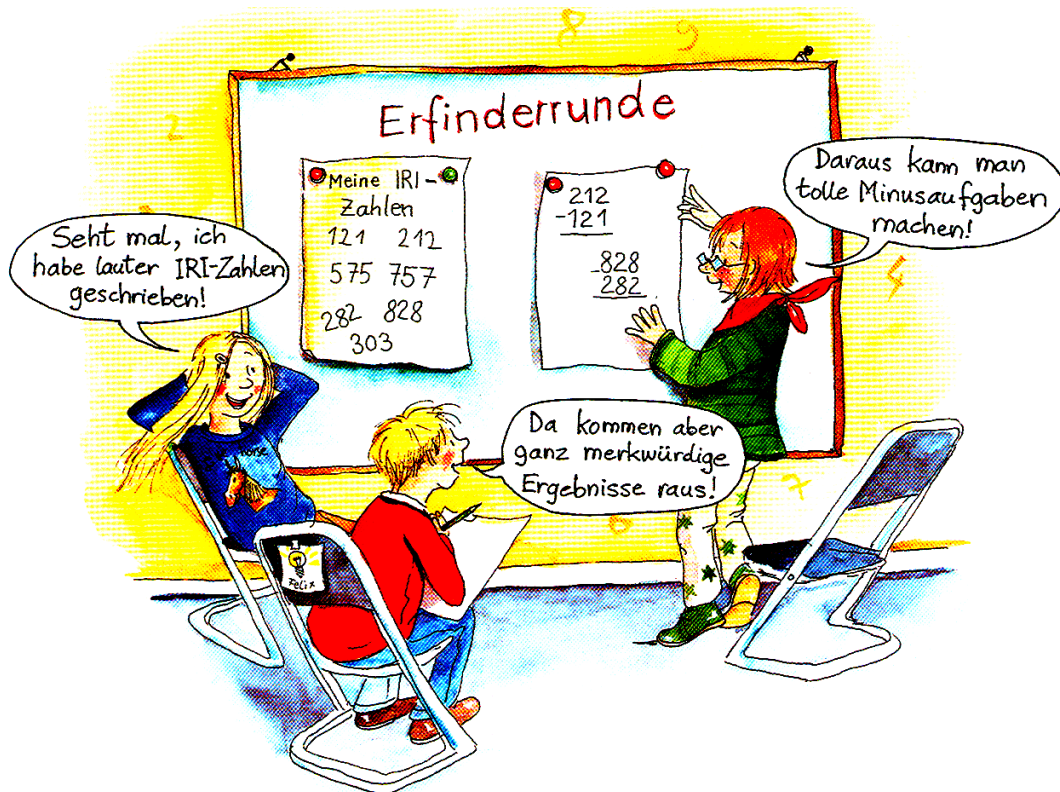
Bunte Hunde



Ausmalen von Bildern

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $407 \cdot 140 =$ | 14. $302 \cdot 130 =$ |
| dunkelbraun | gelb |
| 2. $423 \cdot 152 =$ | 15. $410 \cdot 340 =$ |
| hellbraun | hellgrün |
| 3. $104 \cdot 134 =$ | 16. $661 \cdot 158 =$ |
| gelb | hellbraun |
| 4. $823 \cdot 704 =$ | 17. $301 \cdot 207 =$ |
| grau (Bleistift) | dunkelgrün |
| 5. $235 \cdot 142 =$ | 18. $322 \cdot 611 =$ |
| hellbraun | hellgrün |
| 6. $425 \cdot 316 =$ | 19. $203 \cdot 233 =$ |
| orange | gelb |
| 7. $123 \cdot 867 =$ | 20. $380 \cdot 241 =$ |
| hellbraun | dunkelbraun |
| 8. $232 \cdot 114 =$ | 21. $435 \cdot 218 =$ |
| dunkelgrün | blau |
| 9. $221 \cdot 315 =$ | 22. $908 \cdot 607 =$ |
| orange | hellgrün |
| 10. $432 \cdot 521 =$ | 23. $314 \cdot 231 =$ |
| hellbraun | hellbraun |
| 11. $542 \cdot 302 =$ | 24. $114 \cdot 378 =$ |
| rot | hellgrün |
| 12. $123 \cdot 456 =$ | 25. $123 \cdot 133 =$ |
| hellgrün | hellbraun |
| 13. $287 \cdot 653 =$ | |
| hellbraun | |





Was wird hier entdeckt?

Was wird hier geübt?

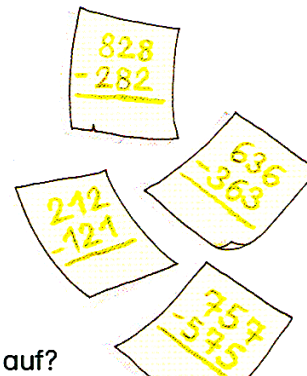
① a) Kannst du erklären warum Irina ihre Zahlen IRI-Zahlen genannt hat?

b) Wie viele solcher Zahlen gibt es wohl?
Überlege, schätze und probiere es aus.

② a) Bilde selbst 10 bis 15 Minus-Aufgaben mit zusammengehörigen IRI-Zahlen.
Schreibe sie auf kleine Kärtchen und rechne sie aus.

b) Überlege, wie du deine Kärtchen sortieren kannst, und klebe die Aufgaben so geordnet auf.
Warum hast du so sortiert?

c) Sieh dir deine Ergebnisse noch einmal an. Fällt dir etwas auf?



Aus: Schütte, S.
Die Matheprofis
(Oldenburg)



Üben im Lernprozess

Unterschiedliche Auffassungen:

„Leitung und Rezeptivität“

Lehrstoff = in einzelne Elemente
zerlegbare Masse → wird
vermittelt

„Kleinschrittigkeit“

Ziel: **Automatisierung**

„Üben auf Vorrat“,
„Fertigkeitstraining“

„Organisation und Aktivität“

Lehrstoff = Wissensstruktur →
muss entdeckt werden

„Blick auf das Ganze“

Ziel: **Reflektieren**

„Üben und nachdenken“

Welches Bild von Mathematik steckt dahinter?



Biographie vs. aktuelle Entwicklung

Traditionelles Üben

Aneignung von Fertigkeiten, Lernen von Begriffen

danach



Üben

Produktives Üben

Verbindung von Übung und Entdeckung

→ von Beginn an wird **geübt**

→ von Beginn an wird **entdeckt**



sinnstiftend

Schülern den Sinn der Übung transparent machen:

„Was kann man durch diese Übung besser verstehen?“

entdeckungsoffen

eigene Wege gehen,
mathematisch tätig sein,
Entdeckungen machen (d.h.
keine eng geführte Abarbeitung)

„produktives Üben“

(soll alle Schüler/innen erreichen)

reflexiv

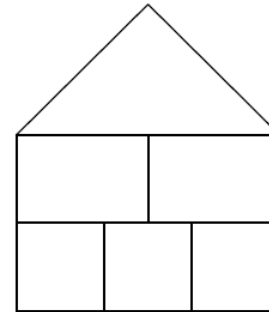
Anregung zum Nachdenken
über den Übungsgegenstand
bzw. die Tätigkeit.

selbstdifferenzierend

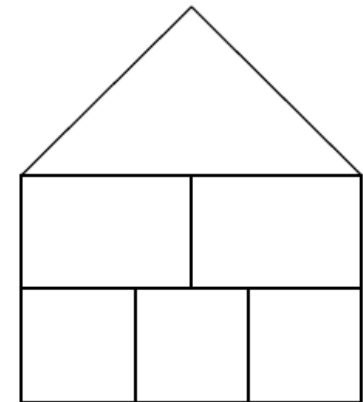
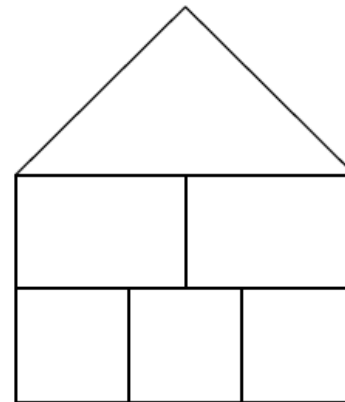
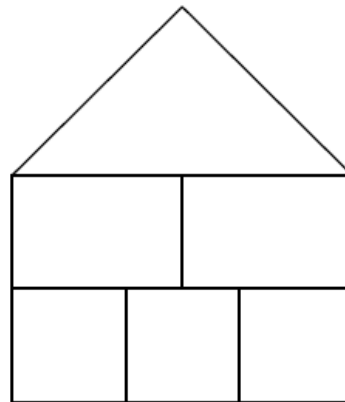
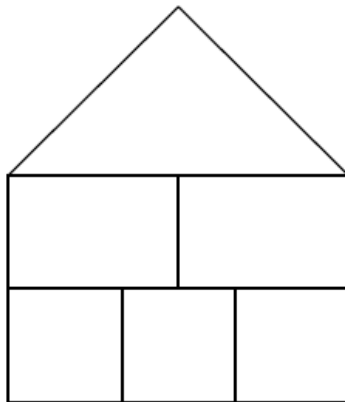
Aufgabe muss so formuliert sein,
dass Schüler/innen auf ihrem
jeweiligen Niveau arbeiten können.



Wie passen die Zahlen 3, 4, 7,
12, 28, 40 in das Zahlenhaus?
Ordne die Zahlen so in das
Haus ein, dass man Rechnungen
finden kann.



Hier kannst du ausprobieren!





Das Mal-Plus-Haus

Mein Forscherheft

zum

Mal-Plus-Haus

$15 + 12 = 27$

$5 \cdot 3 = 15$ $3 \cdot 4 = 12$

5 3 4

Name: _____

Mal-Plus-Haus

DACH

Dachzahl

WOHNUNG

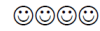
linke Zahl in der Wohnung rechte Zahl in der Wohnung

KELLER

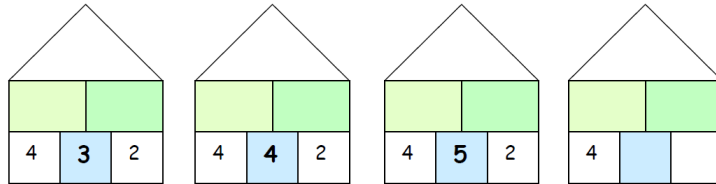
linke Zahl im Keller Mittelzahl im Keller rechte Zahl im Keller



• Forscherauftrag 4:



Was passiert mit der **Dachzahl**, wenn die **Mittelzahl im Keller** immer um 1 größer wird?



Meine Entdeckung:

Die Dachzahl _____

***Das ist so, weil _____

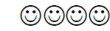


Mein Tipp: Sieh dir die **Zahlen in der Wohnung** an.

Um wie viel wird die **linke** Wohnungszahl immer größer?

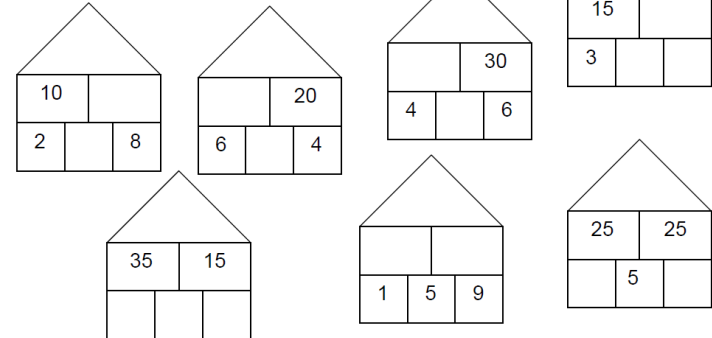
Um wie viel wird die **rechte** Wohnungszahl immer größer?

• Forscherauftrag 9



Nanu, was ist denn mit diesen Häusern los ????????

a) Rechne die Mal-Plus-Häuser aus.



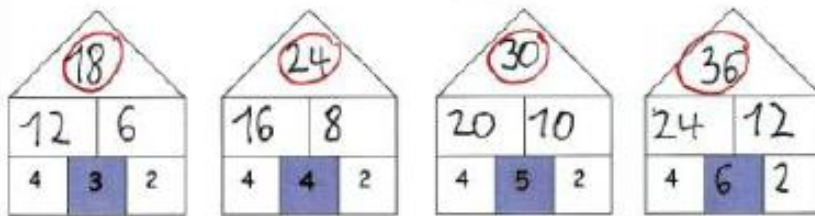
b)*** Was fällt dir bei der **Dachzahl** auf? Warum ist das so?



Forscherauftrag 4: ** ☺☺☺☺



Was passiert mit der **Dachzahl**, wenn die Mittelzahl im Keller immer um 1 größer wird?



Meine Entdeckung:

Die Dachzahl Mir fällt auf das es immer mehr wird zum Beispiel beim ersten und bei den anderen sind es immer 6 mehr

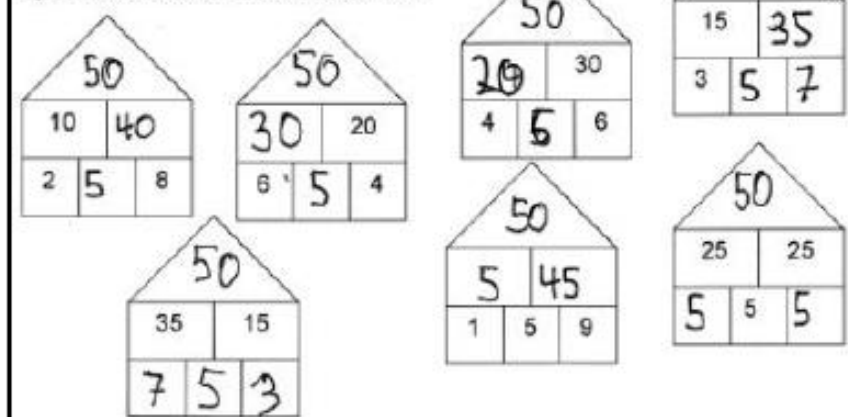
***Das ist so, weil bei den unteren Zahlen steht 4.3 bei dem nächsten Häusern 4.4, 4.5 und 4.6 das heißt die Zahlen sind immer 6 Zahlen entfernt.

Forscherauftrag 9** ☺☺☺☺



Nanu, was ist denn mit diesen Häusern los ????????

a) Rechne die Mal-Plus-Häuser aus.



b) Was fällt dir bei der **Dachzahl** auf? Warum ist das so?

Mir fällt auf das es immer 50 sind. Das ist so weil die äußeren Zahlen immer 10 ergeben und fünf mal 10 sind 50.



Individuelle Rückmeldung

Warum wird die
 Malrechnung denn
 immer um 6 größer?

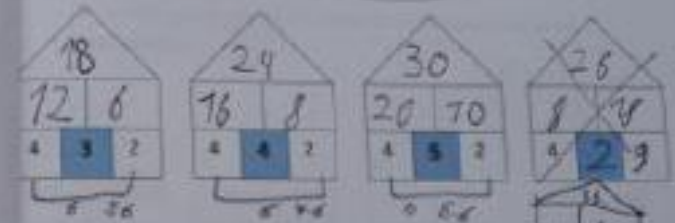
Kannst du das noch
 erklären?

Tipp: Achte auf die
 Außenzahlen

$$4 + 2 = \underline{6}$$



Was passiert mit
 der **Dachzahl**
 wenn die Mittelzahl
 im Keller immer
 um 1 größer wird?



Meine Entdeckung:

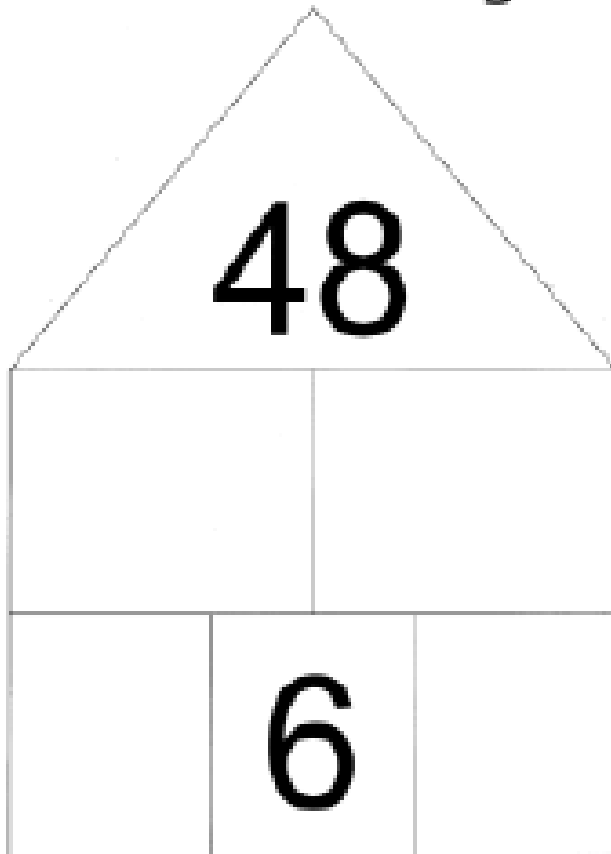
Die Dachzahl die Dachzahlen werden
 immer 6 mal größer Die Kellerzahl
 wird immer 3 mal größer deswegen

Das ist so, weil die Malrechnung wird
 immer 6 größer in der Kellerzahl wird
 immer 3 mal 2 größer



Forscheraufgaben für die ganze Klasse

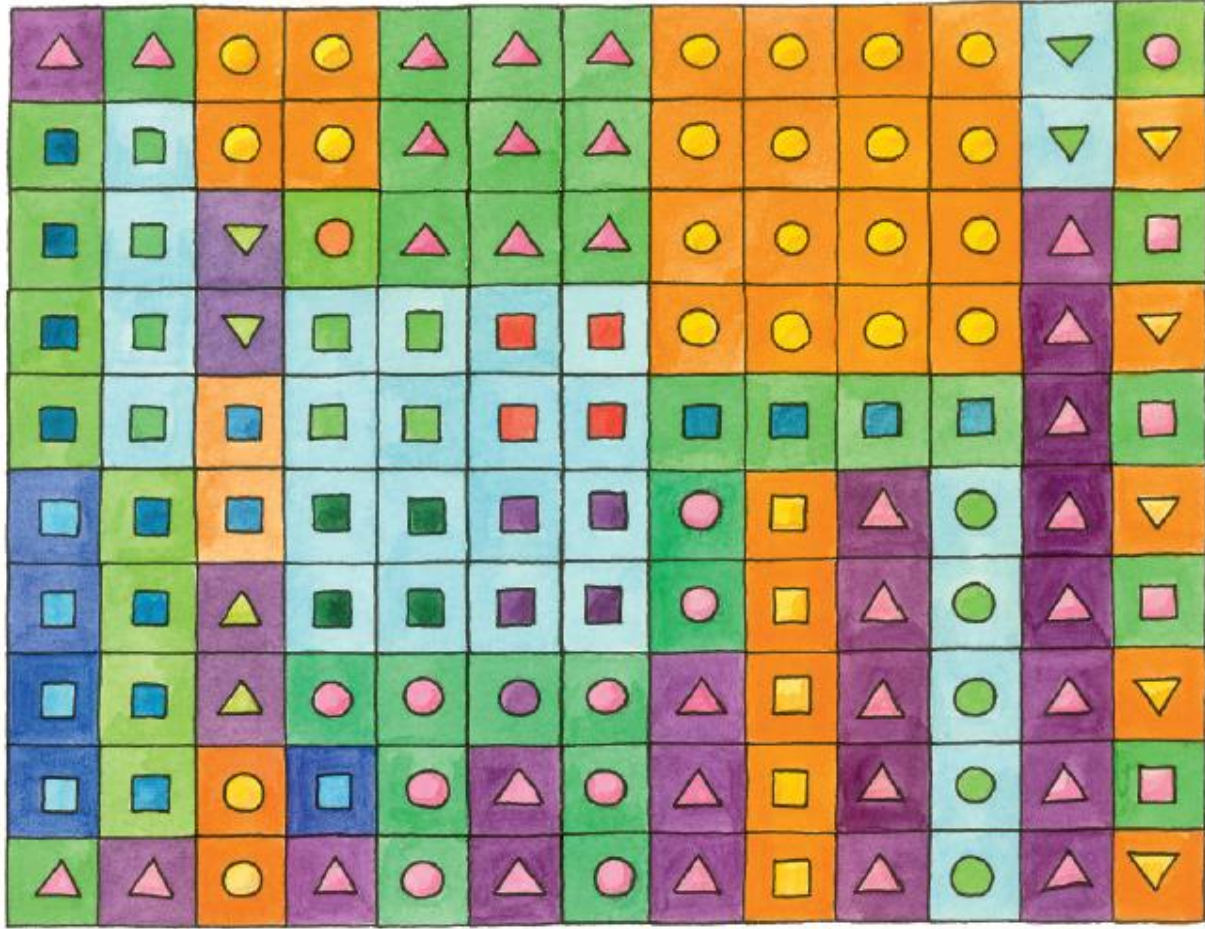
Forscherauftrag 7



Wie kann man
denn hier die
fehlenden
Zahlen finden?



Versteckte Mathematik



Was seht ihr?





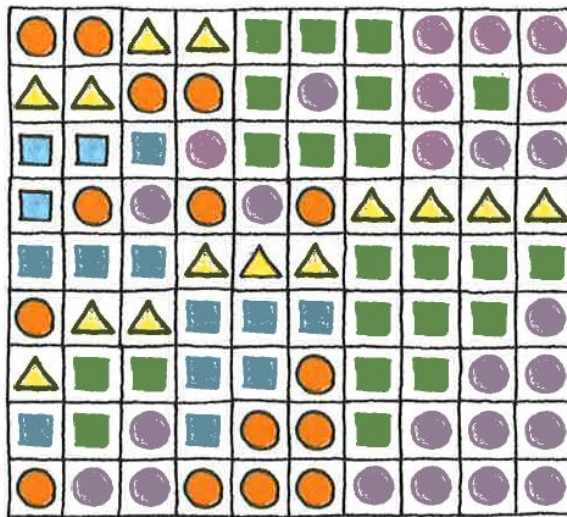
Wie kann es weitergehen?



1 Versteckte Mathematik



 1 Was seht ihr? Findet passende Zahlen oder Aufgaben.



Ich sehe
 $1 + 2 + 3 + 4$.



Viele blaue
Vierecke:
 $7 + 6 + 1$.



Finde eine
Aufgabe.

 2 Gestaltet eigene Bilder. Tauscht.





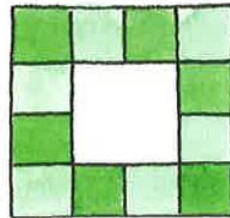
Aufgaben entdecken



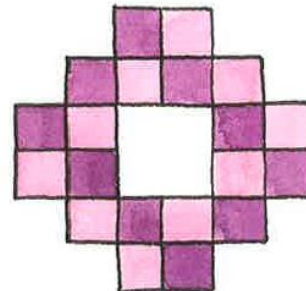
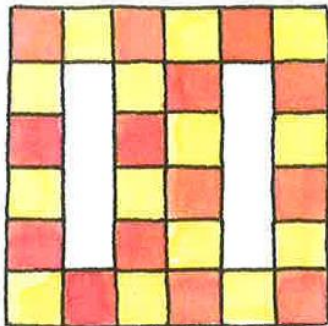
4 Muster mit Löchern



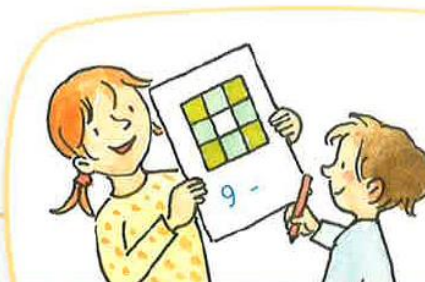
- 1 Was siehst du? Finde passende Zahlen oder Aufgaben.



Ich sehe
 $16 - 4$.



- 2 Gestalte eigene Lochmuster.





Aufgaben visualisieren



4 Muster mit Löchern



- 1 Gestalte passende Lochmuster zu diesen Aufgaben.

9 - 1

13 - 3

12 - 2

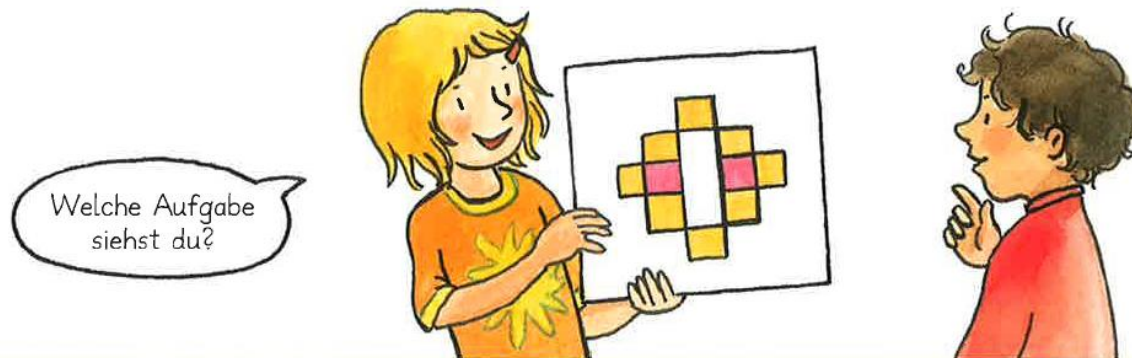
20 - 4

25 - 3

36 - 4

Meine Aufgabe:

- 2 Tausche mit einem anderen Kind.

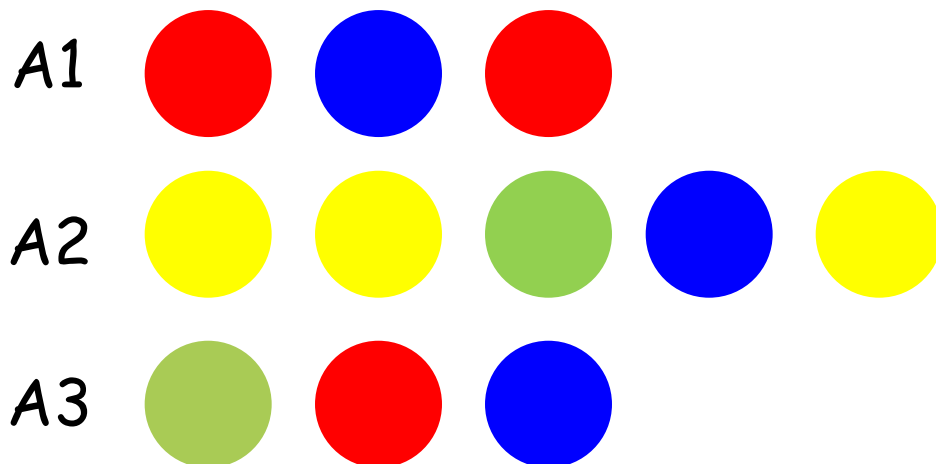




Produktiver Materialeinsatz

Aufgabe:

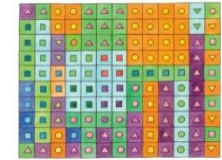
- **Einzelarbeit:** Versuchen Sie das Muster fortzuführen.
- Diskutieren Sie anschließend mit Ihrer Partnerin / Ihrem Partner über Ihre gelegten Muster.
- Gibt es Alternativen zu Ihren Ergebnissen?





Wachhalten von Basiswissen (explizite Wiederholung) durch **vermischte Aufgaben**

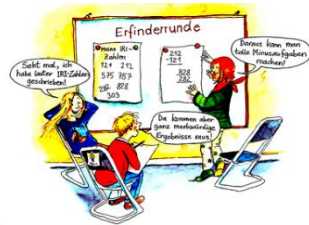
Mitüben von Grundlagen in Anwendungen (implizite Wiederholung) durch **komplexe Übungen**



Übungsformate und -formen

Vertieftes Verständnis mathematischer Zusammenhänge und Üben lernen durch **intelligentes Üben**

Vernetzen mathematischer Themenfelder und Schaffen von Sinnzusammenhänge durch **produktives, vernetztes Üben**



Forscherauftrag 4: ** @@@@

Was passiert mit der Dreieckszahl wenn die Dreieckszahl im Keller immer um 1 größer wird?

18	25	30	36
12 6	16 8	20 10	24 12
4 3 2	4 4 2	4 5 2	4 6 2

Meine Entdeckung:
Die Dreieckszahl steigt auf, das immer mehr wird zum Beispiel beim ersten und bei den anderen sind es immer 6er.

***Das ist so weil bei den weiteren Zahlen steht 4:3 bei dem nächsten 4:4, 4:5 und 4:6 das heißt die Zahlen sind immer 6 Zahlen entfernt.

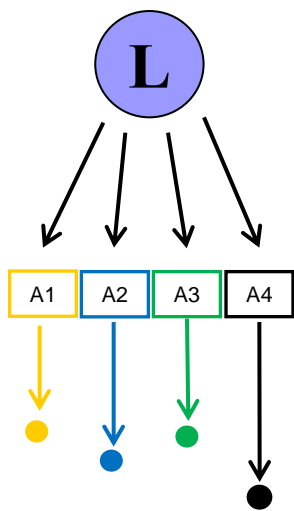


Erfolgsfaktoren beim Üben

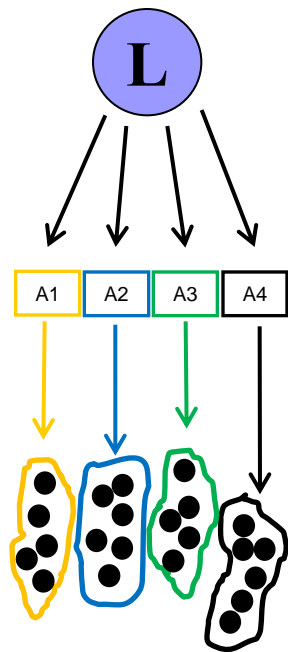
- Der Erfolg wird erhöht, wenn der *Gegenstand* der Übung für den Lernenden bedeutsam ist (**Sinnstiftung**)
- Der Erfolg wird erhöht, wenn er mit einem hohen Grad von **Selbsttätigkeit** verknüpft ist.
- **Strukturelle Zusammenhänge** werden leichter gelernt und bleiben länger im Gedächtnis als zusammenhangslose Informationen
- Das Geübte bleibt länger erhalten, wenn der Lernende es mit seinem **Vorwissen** verknüpfen kann
- **Motivationale Impulse** von Seiten der Lehrenden wirken wie Leim auf zu vertiefende Inhalte



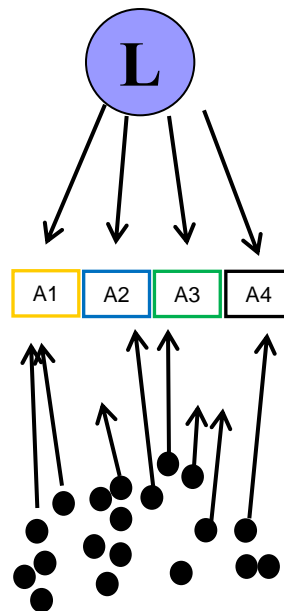
Üben auf der Ebene der Unterrichtsstruktur



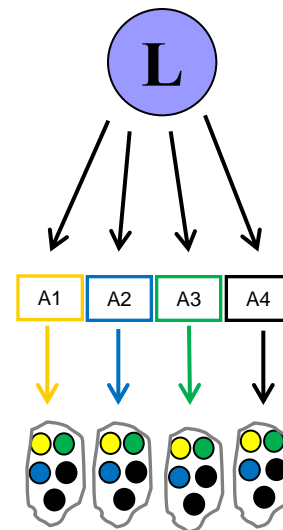
Individualisierter
Unterricht



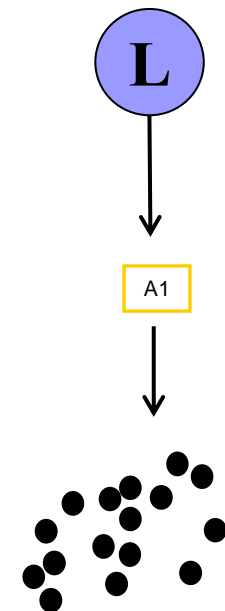
Differenzierter
Unterricht



Offener
Unterricht



Kooperativer
Unterricht



Klassen-
unterricht

(Bohl, 2011)

L = Lehrperson
A = Aufgabe



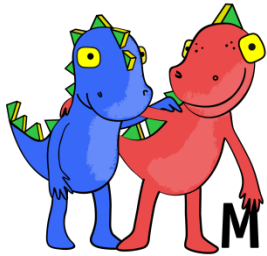
Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit



Kontakt: reinhold.haug@ph-freiburg.de



Werbeblock



MATHElino: Kindergartenkinder und Grundschul Kinder erleben gemeinsam Mathematik

www.mathelino.com

KIRA: Kinder rechnen anders

www.kira.uni-dortmund.de

PIK AS: Kooperationsprojekt zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an Grundschulen.

www.pikas.uni-dortmund.de



Literatur-Empfehlungen

- Blum, W./Wiegand, B. (2000). Vertiefen und Vernetzen – Intelligentes Üben im Mathematikunterricht. In *Üben & Wiederholen*, Friedrich Jahresheft XVII, S. 106–108.
- Bruder, R. (2008). *Üben mit Konzept*. Mathematik lehren 13
- Büchter, A./ Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. Cornelsen Scriptor. S.144-149
- Haug, R. (2006). Produktives Üben des räumlichen Vorstellungsvermögens – virtuelle Räume neu entdecken. In *Praxis der Mathematik in der Schule*, 12, 48, S. 32-36.
- Leuders, T. (2005). Intelligentes Üben selbst gestalten! - Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht. In *Pädagogik*, 11/05, S.29-32
- Leuders, T. & Wittmann, G. (2006). Fit in Form - Produktives Üben in der Geometrie. In *Praxis der Mathematik in der Schule* 12,
- Leuders, T. (2006). Reflektierendes Üben mit Plantagenaufgaben. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 59(5),S.276-284
- Leuders, T. (2008). Übungsaufgaben produktiv weiterentwickeln. Tipps und Kniffe am Beispielthema „Römische Zahlen“. In *Mathematik lehren* 147.
- Leuders, Timo (2009). Intelligent üben und Mathematik erleben. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Eds.), *Mathemagische Momente*. Berlin: Cornelsen.
- Müller, J. (2005). Entdeckend Lernen mit Zahlenmauern in der Sekundarstufe. In *Praxis Mathematikunterricht in der Schule* 2/05 S. 32–38.
- Selter, C. (1995). Entdeckend üben - übend entdecken. In *Grundschule* 27, 5/1995, S. 30-34
- Selter, Christoph (2002) Operatives Üben: Tradition und Innovation. In Albrecht Abele & Christoph Selter (Hg.): *Mathematikunterricht zwischen Tradition und Innovation*, S. 229-241.
- Selter, Christoph (2002a). Malhäuser – eine Übungsform zur Zahlzerlegung. In: *Die Grundschulzeitschrift*. H. 152, S. 44-46.
- Sundermann, Beate & Christoph Selter (2000). Quattro Stagioni. Nachdenkliches zum Üben an Stationen aus mathematikdidaktischer Perspektive. In: *Friedrich Jahresheft: Üben und Wiederholen*. S. 110-113.
- Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In *Mathematik Lehren* 2/84 S. 4-16
- Wittmann, E. Chr./ Müller, G.N. (1990 /1992). *Handbuch produktiver Rechenübungen*, Band 1 & 2, Klett
- Wittmann, Erich Ch.(1990). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Erich Ch. Wittmann & Gerhard N. Müller: *Handbuch produktiver Rechenübungen*. Bd.1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett, 152-166.