

## Newton-Verfahren

### 1. Definition

Das Newton Verfahren wird zur näherungsweisen Bestimmung von Nullstellen einer Funktion verwendet.

Die Idee des Verfahrens besteht darin, sich den Nullstellen einer Funktion durch die Nullstellen ihrer Tangenten anzunähern.

### 2. Newton-Verfahren

Zunächst schafft man sich, beispielsweise durch eine graphische Darstellung, eine ungefähre Vorstellung von der Lage der Nullstelle und wählt so einen geeigneten Startwert  $x_0$  aus.

1. Anschließend bestimmt man die Nullstelle  $x_1$  der Tangente in  $x_0$  mit folgender Formel

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

2. Nun verwendet man den berechneten Wert  $x_1$  als neuen Startwert. Es entsteht die Rechenfolge

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

...

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Diese Rechenfolge wird solange fortgeführt, bis sich  $x_{k+1}$  und  $x_k$  hinreichend wenig unterscheiden. Ist dies der Fall, so ist  $x_{k+1}$  eine Näherung der gesuchten Nullstelle der Funktion.

### 3. Rechenbeispiel

Bestimme mithilfe des Newton-Verfahrens die Nullstelle von  $f(x) = -x^3 - 4x + 10$

$$\rightarrow 0 = -x^3 - 4x + 10.$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	90	49	26	15	10	5	-6	-29	-70

Mithilfe einer Wertetabelle kann man erkennen, dass sich die Nullstelle der Funktion zwischen  $x = 1$  und  $x = 2$  befinden muss. Daher lässt sich als Startwert ein Wert  $x_0$  aus dem Intervall  $[1,2]$  beliebig wählen, z. B.  $x = 1$ .