

Basiskompetenzen
entwickeln, fördern sichern
Zählen überwinden
Strukturen nutzen

Bad Wildbad
29.05.2019



Sebastian Wartha, PH Karlsruhe

Fragestellungen

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

- *Prozessorientierung und „Verständnis“ als Leitidee*
- *„Besondere Schwierigkeiten in Mathe“ und die fehlende Strukturnutzung*
- *Möglichkeiten der Diagnose*
- *Möglichkeiten der Unterstützung im Unterricht*

* *Differenzierung*

Ziffern oder Zahlen? Einzeln oder Strukturen?

SONNE



701 – 699

TENGER

643 – 387

7 + 9

Prozessorientierung

- Entscheidend für den Lernstand sind nicht (Häufigkeiten) richtige(r) Ergebnisse, sondern Bearbeitungsprozesse

| 7 + 9 | Richtig / Falsch |
|-------|------------------|
| 16 | Richtig |
| 16 | Richtig |
| 15 | Falsch |
| 61 | Falsch |

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

Prozessorientierung

- Entscheidend für den Lernstand sind nicht (Häufigkeiten) richtige(r) Ergebnisse, sondern Bearbeitungsprozesse

| 7 + 9 | Richtig / Falsch | Prozess |
|-------|------------------|--------------------------|
| 16 | Richtig | $7 + 10 - 1$ |
| 16 | Richtig | Zählend |
| 15 | Falsch | Zählend |
| 61 | Falsch | $7 + 3 + 6,$ Z.dreher |

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

Prozessorientierung

- Entscheidend für den Lernstand sind nicht (Häufigkeiten) richtige(r) Ergebnisse, sondern Bearbeitungsprozesse

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

| 7 + 9 | Richtig / Falsch | Prozess | Förderhinweis |
|-------|------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 16 | Richtig | $7 + 10 - 1$ | Passt! |
| 16 | Richtig | Zählend | Überwinden von Zählstrategien |
| 15 | Falsch | Zählend | |
| 61 | Falsch | $7 + 3 + 6$, Z.dreher | Stellenwerte |

Produkt- vs. Prozessorientiert

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

| Produktorientiert | Prozessorientiert |
|-------------------------|-------------------|
| Berechne $7 + 9$ | |
| Vergleiche 37 und 45 | |
| Wie viele Z sind 1 T ? | |
| Löse die Textaufgabe... | |
| Kann das richtig sein? | |

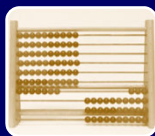
Produkt- vs. Prozessorientiert

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

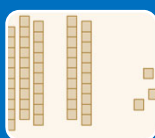
| Produktorientiert | Prozessorientiert |
|-------------------------|--|
| Berechne $7 + 9$ | Wie rechnest du $7 + 9$? |
| Vergleiche 37 und 45 | Wie vergleichst du ... |
| Wie viele Z sind 1 T ? | Wie bekommst du heraus, wie viele Z in einem T sind? |
| Löse die Textaufgabe... | Wie löst du die Textaufgabe... |
| Kann das richtig sein? | Wie kannst du kontrollieren, ob das richtig ist? |

Die drei Beobachtungen

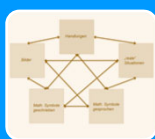
Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel



Zählen überwinden,
Strukturen nutzen



Stellenwerte
verstehen



Übersetzen können

Die drei Beobachtungen

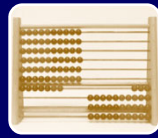
Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel



Zählen überwinden,
Strukturen nutzen



Stellenwerte
verstehen



Übersetzen können

Zählen vs. Strukturnutzung

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

- Zahlen einstellen
- Zahlen auffassen
- Addition und Subtraktion
- Multiplikation und Division

Anton

Vivien



Überwindung

- Zahlen einstellen
 - Einstellexpress

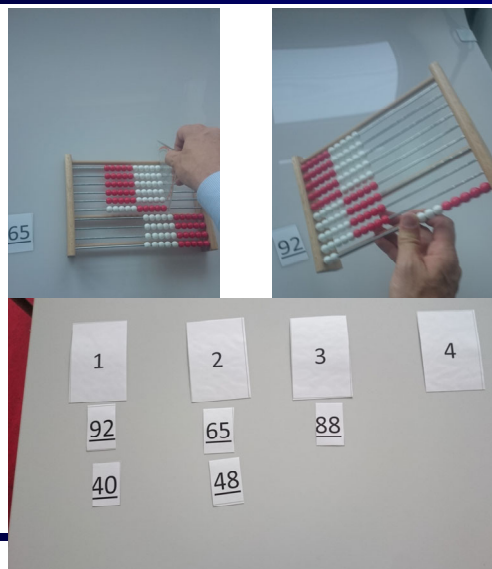
Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel



Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

Überwindung

- Zahlen einstellen
 - Einstellexpress
- Zahlen auffassen
 - Schnelles Sehen

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

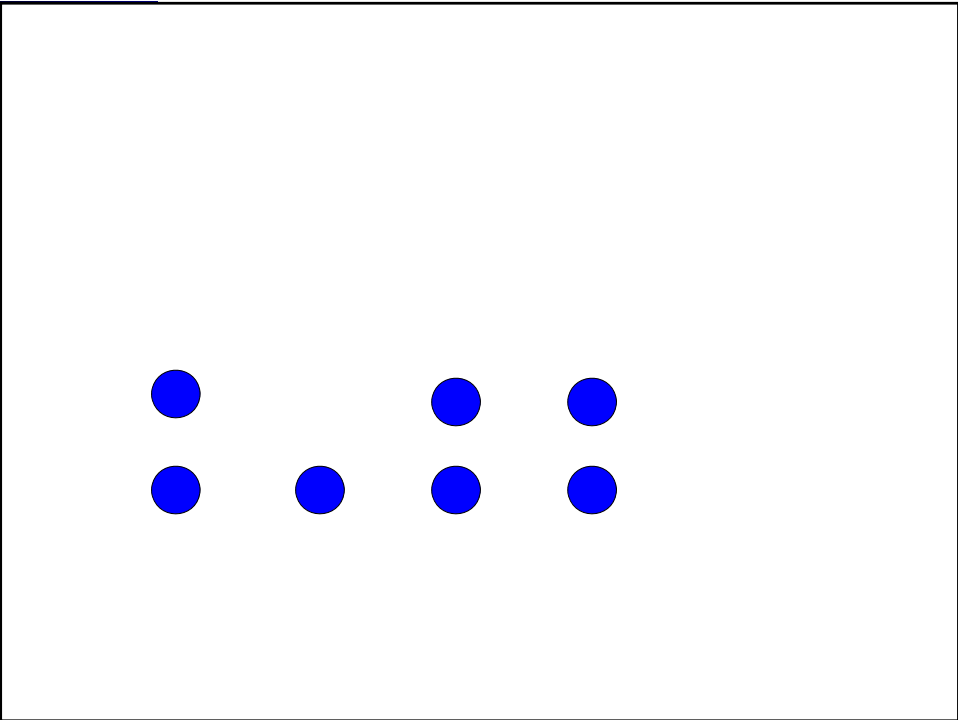
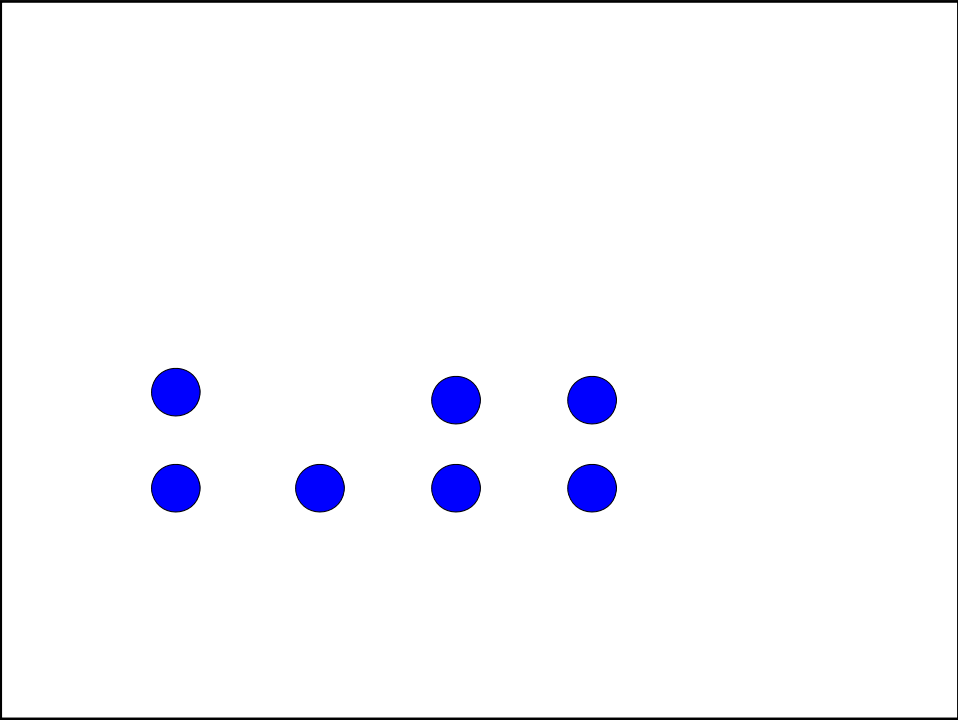
Prozesse

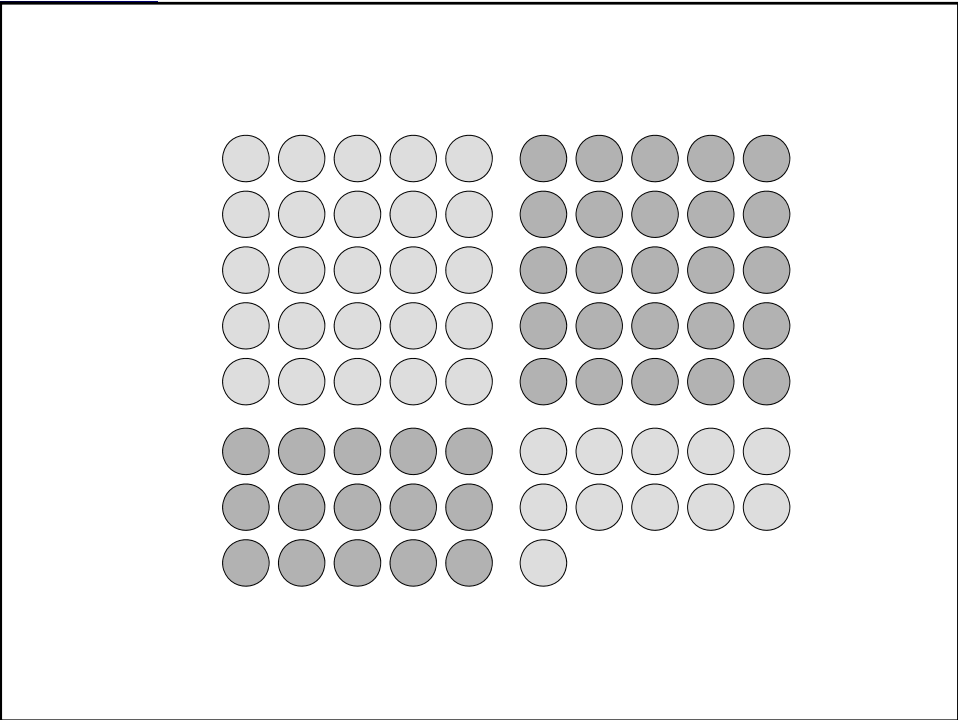
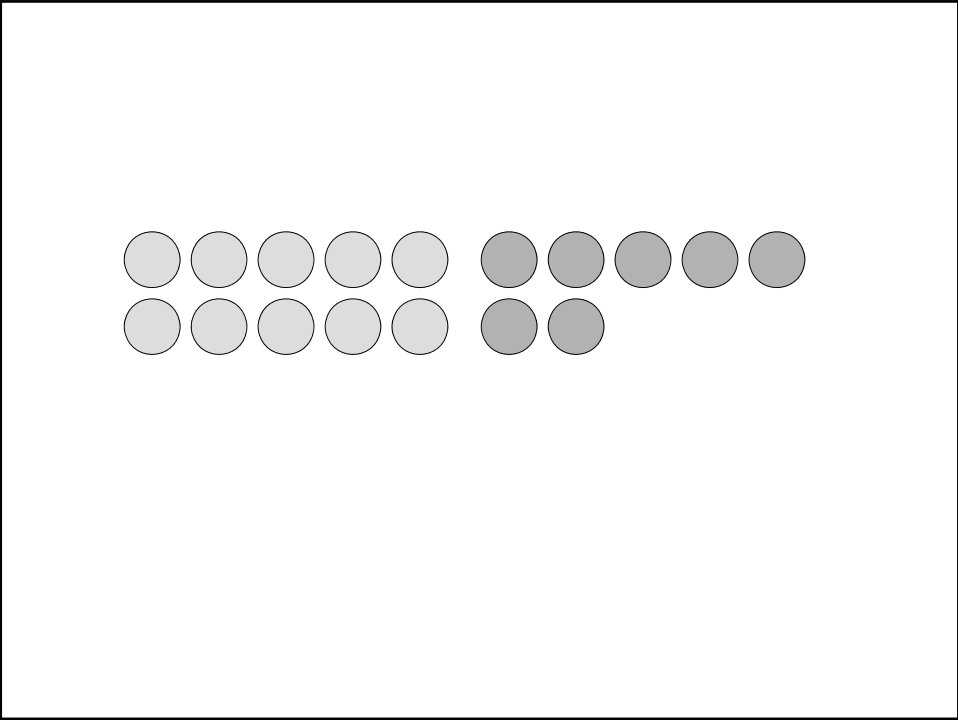
Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel





Überwindung

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

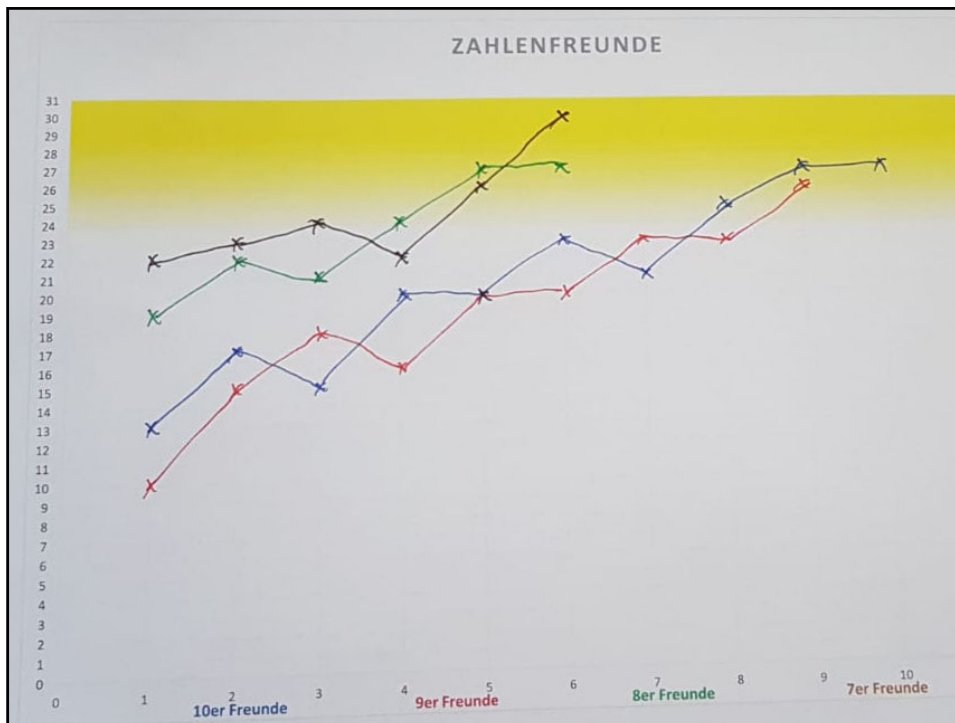
- Zahlen einstellen
 - Einstellexpress
- Zahlen auffassen
 - Schnelles sehen
 - Langsames sehen
- Addition und Subtraktion
 - Zahlzerlegungen
 - Nichtzählende Strategien

Zahlzerlegungen systematisch

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

- W (Welche gibt es?)
- L (Lernen)
- A (Automatisieren)
- N (Nutzen beim Rechnen)





Zerlegungen lernen (Beispiel 9)


Prozesse

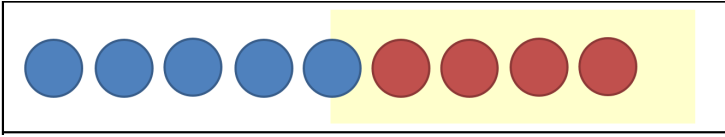
Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

| | | |
|---|--|--|
| Prozesse Strukturen Stellenwerte Übersetzen Arbeitsmittel | <p>Wartha, S. (2015). Zahlzerlegungen erarbeiten, lernen, automatisieren, anwenden. Fördermagazin, 4, 27 – 29</p> <p>Rückert, St., Stopp, M., & Wartha, S. (2015). Zusammen Zahlen zerlegen. Fördermagazin, 4, 30 – 38.</p> <p>Wartha, S., Hörhold, J., Kaltenbach, M., & Schu, S. (2019). Grundvorstellungen aufbauen – Rechenprobleme überwinden. Schroedel.</p> |  |
|---|--|--|

| | |
|---|--|
| <h2 style="margin: 0;">Zahlzerlegungen systematisch</h2> | |
| Prozesse Strukturen Stellenwerte Übersetzen Arbeitsmittel | <ul style="list-style-type: none"> ● W (Welche gibt es?) ● L (Lernen) ● A (Automatisieren) ● N (Nutzen beim Rechnen) <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px; text-align: center;">  </div> |

Überwindung

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

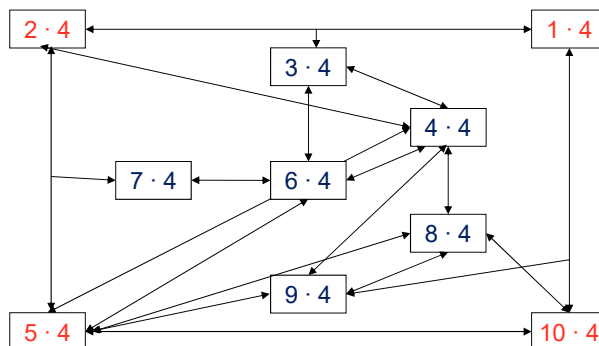
- Zahlen einstellen
 - Einstellexpress
- Zahlen auffassen
 - Schnelles sehen
- Addition und Subtraktion
 - Zahlzerlegungen
 - Nichtzählende Strategien
- Multiplikation und Division
 - Zahlzerlegungen
 - Nichtzählende Strategien

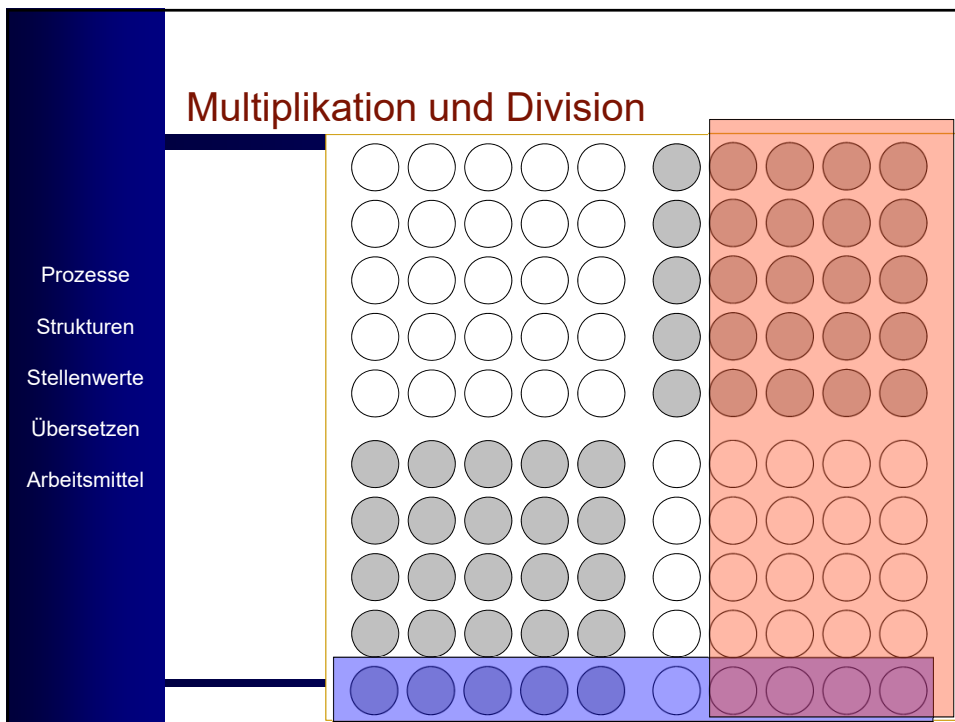
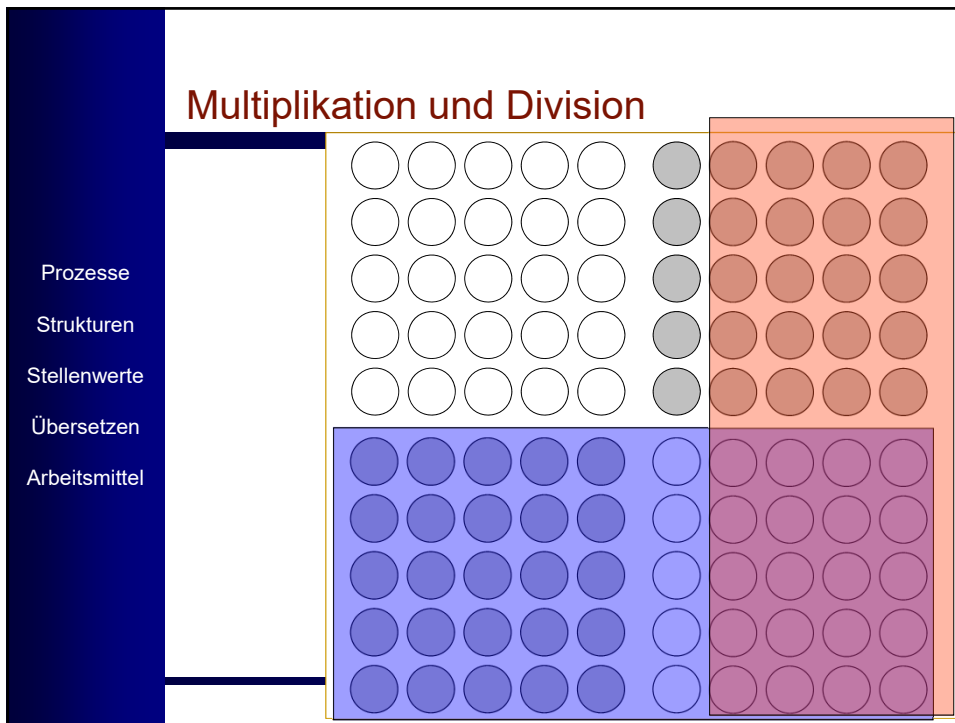


Multiplikation und Division

Netz der Kernaufgaben

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel





Multiplikation und Division

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

Großes Einmaleins

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

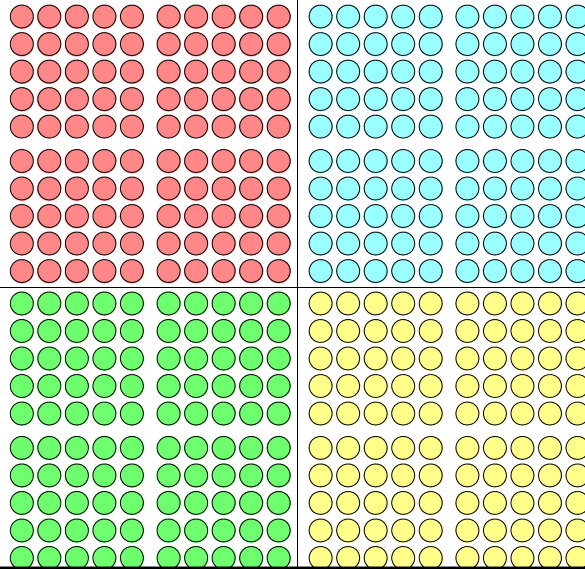
- Wie lösen Sie 13·14

- Wie GVn aktivieren?

Multiplikation und Division

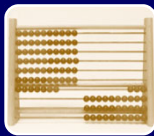
Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

Vierhunderter-
punktefeld

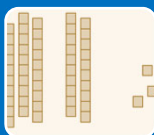


Die drei Beobachtungen

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel



Zählen überwinden,
Strukturen nutzen



Stellenwerte
verstehen



Übersetzen können

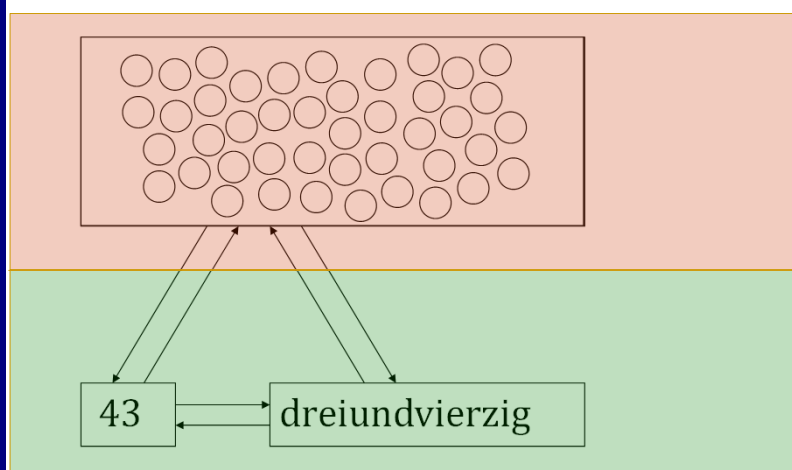
Arbeitsdefinition

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

Stellenwertverständnis bedeutet flexibles Übersetzen zwischen Zahlwort, geschriebenem Zahlsymbol und kardinaler Zahldarstellung vor dem Hintergrund eines Bündelungssystems

Definition verstehen

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel



van der Walle (2004), Fromme (2015), Fuson et al. (1997)

Stellenwertverständnis




Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

- Repräsentanten zu den Stellenwerten
- Zusammenhänge zwischen den Stellenwerten

Symptom 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

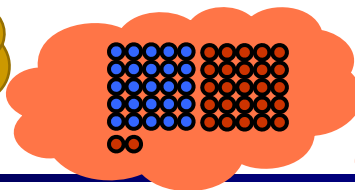
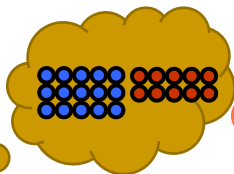
Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

• Beispiele:

- Lea  Marleen  Horst 

Das Doppelte von
Fünfundzwanzig?

Vierhundert



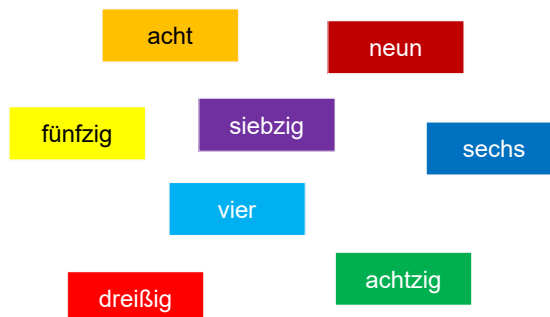
Quartett: Farbige Stellenwerte?



Woran werden die Zehner erkannt?

Einer

Zehner



F
S
St
Ü
Ar

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

Stellenklatschen

- Zahlenkarten 0 – 9 liegen aus.
- Wie viele Zehner (E, H, ...) hörst du?



Prozesse

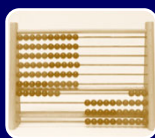
Strukturen

Stellenwerte

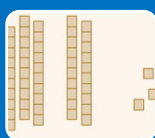
Übersetzen

Arbeitsmittel

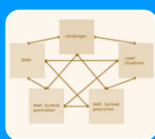
Die drei Beobachtungen



Zählen überwinden,
Strukturen nutzen



Stellenwerte
verstehen



Übersetzen können

Prozesse

Strukturen

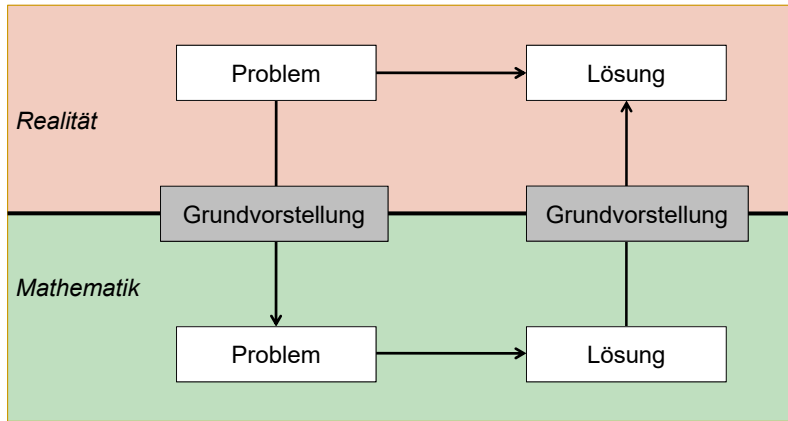
Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

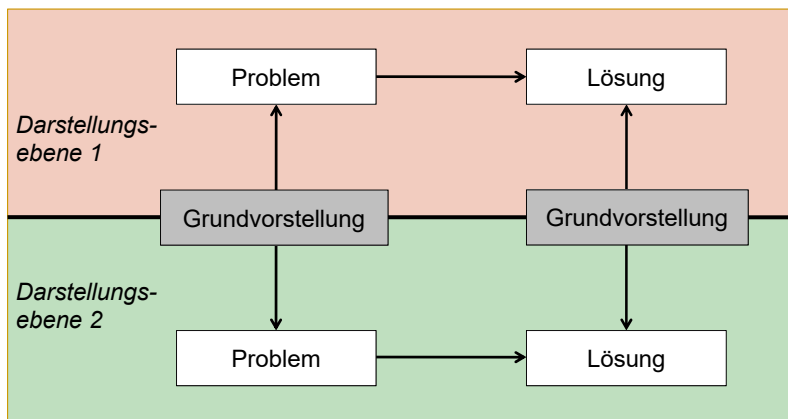
Grundvorstellungen

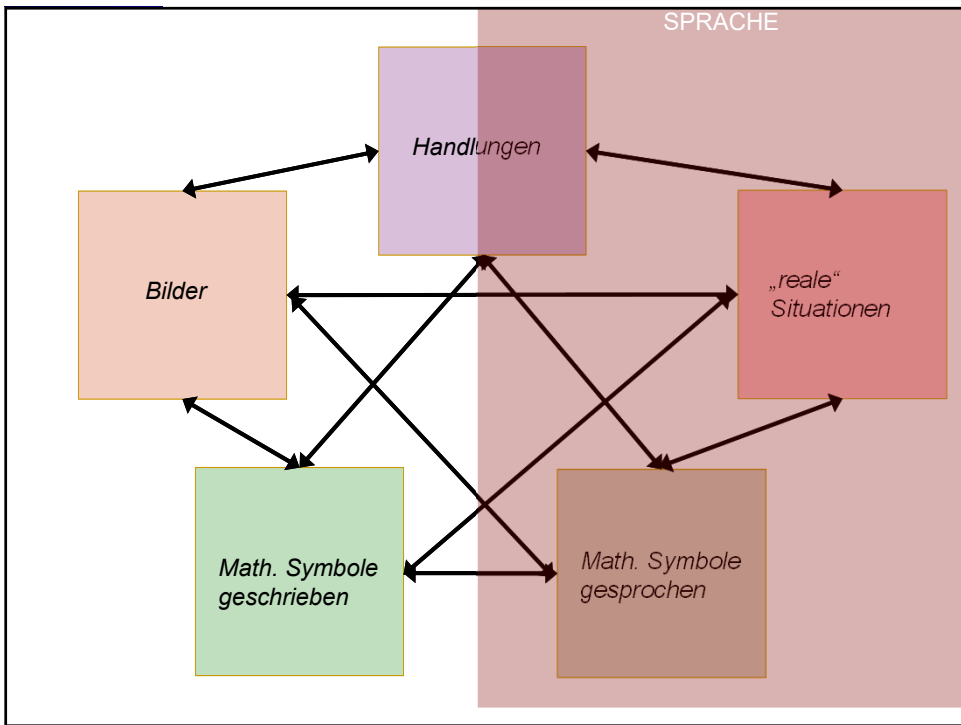
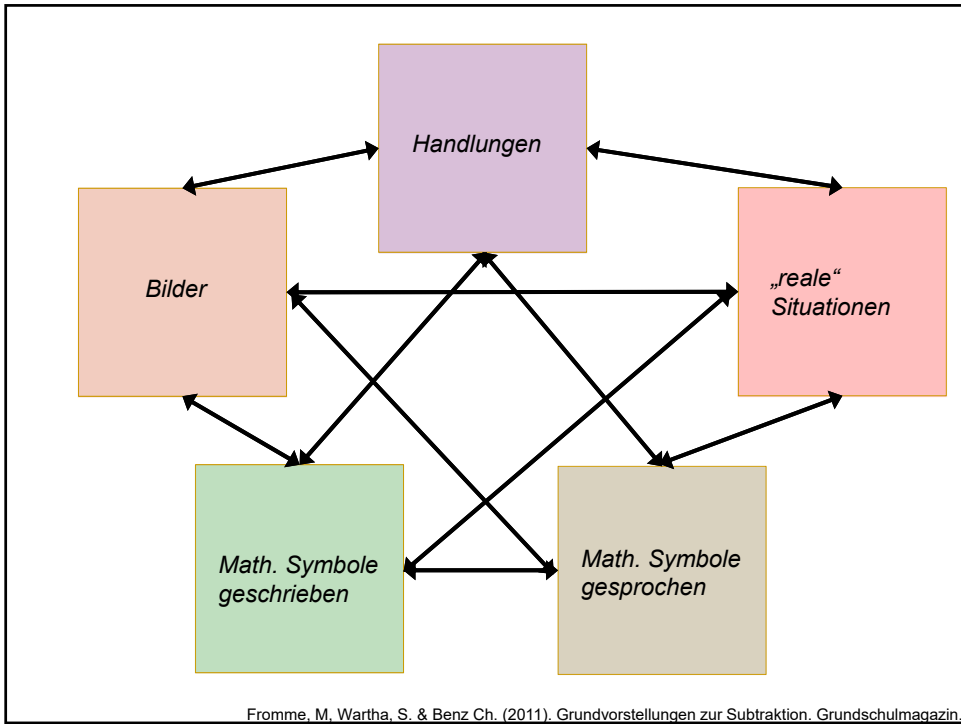
Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel



Grundvorstellungen

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel





Symptom 3 von 3: Grundvorstellungsdefizite

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

- Inhalte können nicht auf mehreren Darstellungsebenen abgerufen werden
- Grundvorstellungen zu
 - Zahlen (als Menge und als Position)
 - Operationen (z.B. Subtrahieren nicht nur „Wegnehmen“)
 - Strategien („Verständnis“ oder „Rezept“)

Zentral:

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

- Rolle der Prozesse
- Rolle der Arbeitsmittel

3 Funktionen von Material

(1) Material als Lösungshilfe

- Hilft bei der (handelnden) Lösung einer Rechenaufgabe
- Nie unreflektierter Einsatz (sonst gleich Taschenrechner)
- Zu *Beginn* des Lernprozesses sehr bedeutsam, später nachrangig

Quelle: Schipper (2009), S. 288 ff

3 Funktionen von Material

(2) Material als Lernhilfe

- Unterstützung der Entwicklung tragfähiger Rechenstrategien und Zahlvorstellungen
- Zahlbeziehungen, „wichtige Zahlen“ werden mitgelernt
- Diese Funktion ist zentral!

3 Funktionen von Material

(3) Material als Argumentations- und Kommunikationshilfe

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

- Unterstützung der *Darstellung* der eigenen Vorgehensweise
- Erklärungen in einer Rechenkonferenz
 - Adressaten: Lernende und Lehrende
 - Diagnostischer Nutzen
- Hilft den Lernenden, ihre Gedankengänge zu versprachlichen und *bewusst* zu machen

Quelle: Lorenz (2002)

Aufgaben des Materials

Wann ist ein Material geeignet für Aufbau von Grundvorstellungen?

Prozesse

Strukturen

Stellenwerte

Übersetzen

Arbeitsmittel

- Gleichbleibende und fortsetzbare Struktur
- Übersichtlichkeit
- Verlässliche und bekannte Strukturen
- Wenn das Material (bzw. die Handlung daran) den Aufbau der entsprechenden mentalen Repräsentationen ermöglicht

Vivien:



Zusammenfassung

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

- Wichtiger als schnelles Rechnen sind Grundvorstellungen (nicht andersrum!)
- Rechnen ist ein Anlass, über Zahlen und Operationen nachzudenken (nicht andersrum!)
- Rechnen mit großen Zahlen ist ein Anlass, das Stellenwertsystem tiefer zu durchdringen (nicht andersrum)
- Rechnen ist ein Anlass, Mathematik zu treiben

Prozesse
Strukturen
Stellenwerte
Übersetzen
Arbeitsmittel

Herzlichen Dank für Ihr Interesse

und viel Erfolg beim Weiterarbeiten,
Diskutieren, Ausprobieren!